

квантиль

*международный эконометрический журнал
на русском языке*

**№11
июнь 2013 г.**

СОДЕРЖАНИЕ ВЫПУСКА

Эконометрический ликбез: моделирование временных рядов

Анатольев Станислав. Объекты неструктурного моделирования временных рядов	1
Куан Чанг-Минг. Модели с марковскими переключениями	13

Статьи: эконометрика отраслевой организации

Липин Андрей. Эмпирический анализ несовершенной конкуренции на рынке риса в Азиатско-тихоокеанском регионе	41
Аникина Анна. Моделирование дискретного выбора и оценивание спроса на подгузники	61

Статьи: макроэконометрика

Бурковская Анастасия. Монетарные политические бизнес-циклы: новые демократии	75
Синяков Андрей. Заявленная и фактическая политика Банка России в 2000–2008 гг.: велико ли различие?	91

Квантиль

№11, июнь 2013 г.

Сайт в Интернете: <http://quantile.ru>

Адрес электронной почты: quantile@quantile.ru

Доступ к журналу бесплатный и неограниченный

РЕДАКТОР

Станислав Анатольев

Российская Экономическая Школа (Москва, Россия)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Виктория Зинде-Уолш

Университет МакГилл (Монреаль, Канада)

Рустам Ибрагимов

Гарвардский университет (Кэмбридж, США)

Анна Микушева

Массачусетский технологический институт (Кэмбридж, США)

Алексей Онацкий

Кэмбриджский университет (Кэмбридж, Великобритания)

Константин Тюрин

Университет штата Индиана (Блумингтон, США)

Александр Цыплаков

Новосибирский государственный университет (Новосибирск, Россия)

Виктор Черножуков

Массачусетский технологический институт (Кэмбридж, США)

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

Рукописи для публикации в разделе «Статьи» принимаются в электронном виде по адресу submit@quantile.ru. Работы могут принадлежать любой прикладной сфере экономической науки. Главным требованием является интенсивное использование адекватных эконометрических методов. Рукопись должна быть написана на русском (для русскоязычных авторов) или на английском (для остальных авторов) языке в формате *Microsoft Word* или (предпочтительнее) *LaTeX*, и по объему не превышать 30 страниц формата А4 с двойным междустрочным интервалом. Работы подвергаются контролю качества членами редакционного совета и независимыми референтами. Перспективная работа может быть при необходимости возвращена автору на доработку. Редакция также приглашает к сотрудничеству экспертов по эконометрике, готовых внести вклад в методологические рубрики журнала.

При публикации статьи или методологического эссе в журнале «Квантиль» передача авторских прав не происходит ни полностью, ни частично.

Решения задач из рубрики «Задачи и решения», а также новые задачи можно присылать по адресу ps@quantile.ru.

Эконометрический ликбез: моделирование временных рядов

Объекты неструктурного моделирования временных рядов^{*}

Станислав Анатольев[†]

Российская экономическая школа, Москва, Россия

При моделировании динамики временных рядов решение о выборе класса и типа модели сильно зависит от моделируемого объекта. Данное эссе рассказывает о специфике моделирования различных объектов, таких как условное на предыстории среднее, условная дисперсия, условный квантиль, условная вероятность и условная плотность. Перечисляются наиболее популярные классы моделей для каждого объекта, обсуждаются особенности их анализа. При этом внимание уделяется как одномерному, так и многомерному случаям, а также даются ссылки на узкотематические, но более подробные обзоры.

1 Введение

На начальном шаге неструктурного¹ моделирования динамики временных рядов приходится решать, какой объект распределения рассматриваемой переменной², условного на предыстории этой переменной, интересен исследователю. Под фразами «построить модель для ВВП» и «построить модель для доходности» чаще всего понимаются не только совершенно разные модели, но и разные моделируемые объекты. Если обозначить ВВП как y_t , доходность финансового актива за r_t , а предысторию рассматриваемого ряда как I_{t-1} , то «модель для ВВП» скорее всего означает модель для условного среднего $\mathbb{E}[\Delta y_t | I_{t-1}]$, являющегося наилучшим прогнозом (при среднеквадратических потерях) для роста ВВП, а «модель для доходности» – модель для условной дисперсии $\mathbb{V}[r_t | I_{t-1}]$, являющейся одной из мер волатильности доходностей. То есть, перед моделированием временного ряда необходимо определиться, какой именно объект, какая именно регрессия на предыстории, представляет интерес для исследователя.³ Упомянутые выше объекты не являются единственными интересными при моделировании ВВП и доходности. Несколько реже мы можем видеть модели для условной (на предыстории) вероятности $\mathbb{P}\{\Delta y_t > \delta | I_{t-1}\}$, прогнозирующие подъемы и спады, или для $f_{t-1}(r_t)$, условной плотности доходностей.

^{*}Работа основана на лекциях, читаемых автором в РЭШ. Цитировать как: Анатольев, Станислав (2013). «Объекты неструктурного моделирования временных рядов», Квантиль, №11, стр. 1–11. Citation: Anatolyev, Stanislav (2013). “Objects of nonstructural time series modeling,” *Quantile*, No.11, pp. 1–11.

[†]Адрес: 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, 47, офис 1721(3). Электронная почта: sanatoly@nes.ru

¹Неструктурным называется моделирование динамики, не основанное на экономической теории. Интересен в таком случае анализ какой-то характеристики условного распределения, где в качестве информационного множества выступает собственная предыстория, чаще всего начиная с предыдущего периода.

²Переменная может быть скалярной или векторной. В первом случае анализ называется однопеременным или одномерным, во втором — многопеременным или многомерным.

³Иногда приходится читать работы, в которых автор сначала моделирует условное среднее (обычно с помощью линейной авторегрессии), а затем приступает к моделированию условной дисперсии (обычно с помощью ARCH-моделей), обосновывая свои шаги тем, что «вот что-то нашли в среднем, теперь логично смоделировать дисперсию». Подобный исследователь не имеет понятия, что он(а) исследует и, главное, зачем.

В настоящем эссе мы рассказываем, какие объекты обычно представляют интерес для исследователя, анализирующего конкретные типы данных. Для каждого объекта мы перечисляем наиболее актуальные и популярные модели и указываем на некоторые особенности их анализа. Большинство моделей представлены в своей простейшей конфигурации: например, авторегрессия имеет первый порядок, модель с режимами — два режима и т.д. Мы также приводим ссылки на соответствующую литературу, преимущественно обзоры, содержащие более подробный материал по каждому классу моделей.

Упомянем также, что является критерием предсказуемости временного ряда. Временной ряд x_t с предысторией I_{t-1} считается предсказуемым в смысле среднего, если $\mathbb{E}[x_t|I_{t-1}]$ зависит от I_{t-1} , предсказуемым в смысле дисперсии, если $\mathbb{V}[x_t|I_{t-1}]$ зависит от I_{t-1} , предсказуемым в смысле знака, если $\mathbb{P}\{x_t > 0|I_{t-1}\}$ зависит от I_{t-1} , предсказуемым в смысле α -квантиля, если $\mathbb{Q}_\alpha(x_t|I_{t-1})$ зависит от I_{t-1} (где \mathbb{Q}_α обозначает α -квантильную функцию), и т.д. Под «просто» предсказуемостью можно понимать зависимость условной плотности $f_{t-1}(r_t)$ от I_{t-1} . Заметим, что предсказуемость временного ряда в одном смысле необязательно влечет за собой предсказуемость в другом смысле (см. примеры в Анатольев 2006). Видим, что критерием предсказуемости или непредсказуемости выступает факт зависимости или независимости объекта от информации в предыстории, но ни в коем случае не численный размер объекта (так что, например, большое, но постоянное значение $\mathbb{E}[x_t|I_{t-1}]$ не означает предсказуемости среднего, а $\mathbb{P}\{x_t > 0|I_{t-1}\} = 1$ не означает предсказуемости знака). Чтобы протестировать на предсказуемость, необходимо прогнать регрессию (возможно, нелинейную) соответствующего объекта на некоторых переменных из информационного множества I_{t-1} и протестировать на их невключение в нее. Например, для тестирования предсказуемости среднего надо прогнать регрессию среднего для x_t , для тестирования предсказуемости знака — прогнать бинарную регрессию для индикатора $\mathbb{I}\{x_t > 0\}$, и т.д. Некоторые подробности см. в эссе Анатольев (2006).

На протяжении данного эссе мы предполагаем, что моделируются (возможно, после взятия приращений логарифмов или применения других преобразований) строго стационарные эргодические ряды.

2 Моделирование условного среднего

Чаще всего целью моделирования макроэкономического ряда y_t является прогнозирование его уровня. При обычно используемых среднеквадратических потерях⁴ оптимальным прогнозом является условное на предыстории среднее $\mathbb{E}[y_t|I_{t-1}]$. Поскольку речь чаще всего идет про спокойные, низкочастотные макроэкономические данные типа ВВП или безработицы, обычно, хоть и не всегда, накладывают условие условной гомоскедастичности $\mathbb{V}[y_t|I_{t-1}] = \sigma^2$. Конечный интерес чаще всего представляют функции импульсных откликов (IRF, от англ. impulse response function), показывающие распространение влияния шоков для различных горизонтов h . Малые значения h соответствуют краткосрочным эффектам, умеренные h — среднесрочным, а $h = \infty$ — долгосрочному. Долгосрочный эффект равен нулю, раз анализируется стационарный эргодичный ряд.

Самым простым классом моделей для условного среднего является класс линейных авторегрессий (AR, от англ. autoregression)

$$\mathbb{E}[y_t|I_{t-1}] = \mu + \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \dots + \rho_p y_{t-p},$$

или

$$y_t = \mu + \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \dots + \rho_p y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

⁴То есть когда функция потерь равна e^2 , где e — ошибка прогноза, а прогноз является оптимальным, если минимизируется $\mathbb{E}[e^2]$. Другие примеры функций потерь можно найти в Маккракен (2006).

где (здесь и далее) ε_t — шок со свойством непрогнозируемости среднего $\mathbb{E}[\varepsilon_t|I_{t-1}] = 0$. Динамика переменной y_t линейная, а импульсные отклики пропорциональны размеру шока и не зависят от предыстории:

$$\text{IRF}(h) = \frac{\partial y_{t+h}}{\partial \varepsilon_t}.$$

Например, в случае линейной авторегрессии первого порядка ($p = 1$) функция импульсного отклика равна $\text{IRF}(h) = \rho_1^h$.

Линейная авторегрессия в многомерном контексте называется векторной авторегрессией (VAR, от англ. vector autoregression). Векторные авторегрессии позволяют не только отслеживать динамику исследуемых переменных, но и анализировать их влияние друг на друга в том же периоде. См., например, главу 11 в учебнике Hamilton (1994).

Линейные модели слишком просты. В частности, импульсные отклики пропорциональны размеру шока, при перемене знака шока меняется только их знак, они неспособны учесть разную реакцию на шоки в разных состояниях системы. Нелинейную динамическую модель создать очень просто — достаточно в линейную модель ввести компоненты, нелинейные по шоку. Примерно таким образом можно сформировать класс билинейных моделей (англ. bilinear models). Несмотря на их простоту, в эконометрике они не получили особой популярности ввиду их плохой интерпретируемости. Неструктурная модель хороша, когда она способна учесть, или «объяснить», какие-то экономические стилизованные факты, присущие рассматриваемому типу данных.

Для нелинейных моделей эффекты откликов характеризуются обобщённой функцией импульсных откликов (GIRF, от англ. generalized IRF)

$$\text{GIRF}(h, \varepsilon, I_{t-1}) = \mathbb{E}[y_{t+h}|\varepsilon_t = \varepsilon, I_{t-1}] - \mathbb{E}[y_{t+h}|\varepsilon_t = 0, I_{t-1}].$$

В определении фигурирует так называемый пересмотр прогноза, то есть как меняется прогноз при реализации ненулевого шока по сравнению с ситуацией, когда шок отсутствует. Эту функцию даже для простых нелинейных моделей аналитически вычислить очень сложно, поэтому обычно она рассчитывается численно с помощью симуляционных методов.

Наиболее популярными классами нелинейных моделей для условного среднего макроэкономических переменных, подверженных цикличности (ВВП, безработица), являются те, которые предусматривают наличие разных режимов, соответствующих разным стадиям деловых циклов, ведь это как раз и является ключевым стилизованным фактом для макроэкономических данных. В каждом из режимов динамика линейна, но она разная в разных режимах, а принадлежность к тому или иному режиму определяется эндогенно в зависимости от значений переменной.

Ярким представителем моделей с режимами является пороговая авторегрессия (TAR, от англ. threshold autoregression). Ее двухрежимная версия в простой конфигурации выглядит следующим образом:

$$y_t = \begin{cases} \mu_1 + \rho_1 y_{t-1}, & \text{если } q_{t-1} \leq \gamma \\ \mu_2 + \rho_2 y_{t-1}, & \text{если } q_{t-1} > \gamma \end{cases} + \varepsilon_t,$$

где q_{t-1} — пороговая переменная, наблюдаемая в момент $t - 1$, а γ — значение порога. Модель TAR легко обобщается на случай большего числа лагов, большего количества режимов и нескольких пороговых переменных. Доступное изложение материала о пороговых авторегрессиях содержится в Hansen (1997). Возможно идею пороговых переключений режимов рассматривать и в контексте векторных авторегрессий; см., например, Balke (2000).

Похожа на пороговую модель с гладкими переходами (STAR, от англ. smooth transition autoregression). Простейшая двухрежимная версия выглядит как

$$y_t = (\mu_1 + \rho_1 y_{t-1})(1 - G(q_{t-1}, \gamma, \delta)) + (\mu_2 + \rho_2 y_{t-1})G(q_{t-1}, \gamma, \delta) + \varepsilon_t,$$

где $G(\cdot, \gamma, \delta)$ — функция перехода, q_{t-1} — переменная перехода, γ — точка локализации перехода, а δ — дополнительный параметр его гладкости. Модель STAR можно обобщить на случаи большего количества переходов и нескольких переменных перехода. Подробный обзор моделей с гладкими переходами содержится в работе Franses, Teräsvirta & van Dijk (2002).

В приведенных двух моделях переходы между режимами управляются наблюдаемой (возможно, с точностью до параметров) переменной q_{t-1} . Это непривлекательное предположение, и более гармоничной выглядит формулировка модели с Марковскими переключениями режимов (MSW, от англ. Markov switching). Аналогичная двухрежимная версия выглядит следующим образом:

$$y_t = \begin{cases} \mu_1 + \rho_1 y_{t-1}, & \text{если } s_t = 0 \\ \mu_2 + \rho_2 y_{t-1}, & \text{если } s_t = 1 \end{cases} + \varepsilon_t,$$

где s_t — ненаблюдаемая бинарная переменная состояния, о которой лишь известно, что её динамика следует Марковской цепи первого порядка с матрицей переходов

$$P = \begin{bmatrix} p & 1-p \\ 1-q & q \end{bmatrix}$$

с неизвестными переходными вероятностями p и q . Платой за концептуальную привлекательность такой модели является относительная трудность ее оценивания: в то время как в моделях TAR и STAR функцию (квази-)правдоподобия выписать легко, в случае модели MSW функция (квази-)правдоподобия рассчитывается рекурсивно с помощью так называемого фильтра Гамильтона (по имени создателя модели, см. Hamilton, 1989). Причиной является как раз наличие ненаблюдаемого процесса s_t . Модель MSW можно обобщить на случаи большего количества режимов, более сложной динамики переменной состояния и зависимых от времени переходных вероятностей. Введение в модели с Марковскими переключениями режимов содержится в работе Куан (2013) в этом выпуске «Квантиля».

Модель с Марковскими переключениями является членом широкого класса моделей, называемых моделями с ненаблюдаемыми компонентами. В каждой такой модели присутствует латентный процесс, динамика и распределение которого специфицированы (в случае модели MSW это s_t), а дополнительное уравнение связывает наблюдаемые переменные (в случае модели MSW это y_t) с этими латентными переменными. Например, исследователь может наблюдать рост ВВП, но осознавать, что вклад в наблюдаемые данные по росту вносят несколько факторов с принципиально разной динамикой. Здесь наличие латентных факторов осложняет оценивание, к которому существует несколько подходов, основным из которых является фильтр Кальмана. См. подробный обзор в работе Цыплаков (2011).

Интересным классом являются модели с мультипликативной ошибкой (MEM, от англ. multiplicative error model). Модели MEM строятся для временных рядов, которые положительны по построению. Положительных экономических и особенно финансовых рядов довольно много: процентные ставки, дюрации между последовательными транзакциями, различные меры волатильности (например, реализованная волатильность), спреда и т.п. Структура модели MEM напоминают структуру моделей GARCH (см. раздел 3):

$$y_t = \psi_t \eta_t,$$

где $\eta_t \sim \mathcal{D}$ для некоего положительного распределения \mathcal{D} с единичным средним, а динамика условного среднего ψ_t задается авторегрессионным образом, например GARCH-подобным уравнением

$$\psi_t = \omega + \alpha y_{t-1} + \beta \psi_{t-1}.$$

См. обзор моделей MEM в свежей работе Brownlees, Cipollini & Gallo (2012).

Привычные стационарные (в частности, линейные) авторегрессии обладают тем свойством, что автокорреляционная функция падает по показательному закону, то есть асимптотически как a^j для некоторого $-1 < a < 1$. В ряде случаев такое падение автокорреляций слишком быстрое по сравнению с реальным поведением выборочных автокорреляций. Иногда по этой причине динамику (речь идёт в первую очередь о долгосрочной динамике) моделируют с длинной памятью (англ. long memory), в результате чего автокорреляционная функция падает уже по степенному закону, то есть асимптотически как j^{d-1} для некоторого $0 < d < 1$. Преобразование исходной переменной принимает форму дробной интегрированности (англ. fractional integration), т.е. вместо самой переменной y_t или её приращения Δy_t моделируется дробное приращение $\Delta^d y_t$, причём параметр d также оценивается наряду с остальными параметрами модели. См. обзор Baillie (1996).

3 Моделирование условной дисперсии

Условная дисперсия интересна при динамическом моделировании поведения финансовых данных вроде доходностей (которые будем обозначать через r_t), поскольку интуитивно ассоциируется с волатильностью. Для того чтобы адекватно смоделировать условную дисперсию, необходимо сначала (или одновременно) верно специфицировать условное среднее, иначе ошибки спецификации условного среднего вольтуются в дисперсионное уравнение и искажат инференцию о волатильности. Поскольку обычно рассматриваются эффективные рынки, достаточно в уравнении для среднего учесть (возможно присутствующую) небольшую серийную корреляцию с помощью авторегрессионного слагаемого и определенные сезонные компоненты с помощью фиктивных переменных.

Самый известный и популярный класс моделей условной дисперсии – это модели из класса ARCH (от англ. autoregressive conditional heteroskedasticity), введенного Робертом Энгелем в начале 80-х гг.; см. недавние обзоры, например, в Teräsvirta (2009) и Росси (2010). Они имеют следующую структуру:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t,$$

где μ_t – условное среднее, $\varepsilon_t = \sigma_t \eta_t$ – непрогнозируемый (в среднем) шок, σ_t – условное стандартное отклонение, η_t – стандартизованный шок, имеющий распределение \mathcal{D} с нулевым средним, динамика условной дисперсии σ_t^2 задается авторегрессионно, причём движущей силой являются шоки прошлых периодов (например, ε_{t-1}) или (реже) стандартизованные шоки прошлых периодов (например, η_{t-1}). В случае модели GARCH (от англ. generalized ARCH)

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2.$$

Существует великое множество спецификаций дисперсионного уравнения (см. Bollerslev 2009). Например, оно может формулироваться не для условной дисперсии, а для её логарифма, для квадратного корня из неё (т.е. для условного стандартного отклонения) или другой её функции. Инициировать процесс условной дисперсии может квадрат предыдущих шоков, как в базовой ARCH-постановке, и тогда так называемая кривая влияния новостей (НИС, от англ. news impact curve) представляет из себя параболу. Более правдоподобна кривая влияния новостей, несимметричная относительно знака предыдущего шока, что иногда интерпретируется как эффект рычага (от англ. leverage effect). Например, одна из популярных спецификаций, учитывающих несимметричность, выглядит следующим образом:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 \mathbb{I}\{\varepsilon_{t-1} > 0\} + \beta \sigma_{t-1}^2.$$

Это так называемая спецификация GJR-GARCH (три первые буквы – аббревиатуры фамилий авторов). Кроме асимметричного влияния шоков, в дисперсионное уравнение модели

GARCH иногда закладывают переключения режимов, плавные переходы или структурные сдвиги параметров. Также можно ввести в дисперсионное уравнение свойство длинной памяти, в результате чего возникает модель FIGARCH (от англ. fractionally integrated GARCH). Спецификация условного распределения \mathcal{D} несущественна для оценивания и прогнозирования волатильности, но имеет значение для моделирования динамики хвостов и условной плотности (см. разделы 4 и 6).

Базовую модель ARCH можно обогатить возможностью так называемых скачков, способных объяснить большое количество резких изменений цен на финансовом рынке. Шоки делятся на два типа: «гладкие» как ранее и «скачки»:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t + \sum_{k=1}^{K_t} \zeta_{t,k},$$

где скачками являются шоки $\zeta_{t,k}$, которые реализуются в периоде t и распределены независимо друг от друга и от «гладких» шоков. Их количество K_t подчиняется распределению (например) Пуассона с параметром интенсивности, скажем, λ_t , который в свою очередь следует авторегрессионному процессу. См., например, приложение в работе Белоусов (2006).

Наконец, параллельно классу моделей ARCH существуют более привлекательные (концептуально, но не с точки зрения оценивания) модели стохастической волатильности (SV, от англ. stochastic volatility). Отличие модели SV от модели ARCH в том, что в дисперсионном уравнении для первой наличествует еще один источник неопределенности, т.е. ещё один шок, независимый от обычного стандартизованного шока, в то время как дисперсионное уравнение модели ARCH является детерминистической функцией от прошлых (почти) наблюдаемых шоков:

$$\log \sigma_t^2 = \gamma + \rho \log \sigma_{t-1}^2 + \nu_t,$$

где $\nu_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$. Подробно о моделях стохастической волатильности см. Цыплаков (2010).

При многомерном моделировании волатильности, то есть матрицы условных дисперсий и ковариаций Σ_t , возникает проблема перепараметризации, то есть быстрого роста количества параметров с ростом количества анализируемых переменных. Существует несколько представлений для динамики дисперсионной матрицы, но все они в той или иной степени подвержены этой проблеме. Другой аспект — матрица Σ_t должна быть по построению положительно определена во все моменты времени. Например, популярная модель BEKK (от аббревиатур фамилий создателей) для многомерного аналога GARCH(1,1) имеет вид

$$\Sigma_t = \Omega + A\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}A' + B\Sigma_{t-1}B',$$

где Ω — симметричная положительно определенная матрица констант, а A и B — матрицы констант. Популярной альтернативой в настоящее время является так называемая модель динамических условных корреляций (DCC, от англ. dynamic conditional correlations), см. обзор Bauwens, Laurent & Rombouts (2006).

4 Моделирование условных квантилей

Необходимость динамического моделирования условных квантилей может возникнуть в двух случаях. В первом случае исследователь использует несимметричную кусочно-линейную функцию потерь

$$L(u) = \mathbb{E}[(\alpha \mathbb{I}\{u \geq 0\} - (1 - \alpha) \mathbb{I}\{u < 0\})|u|],$$

по отношению к которой α -квантиль $\mathbb{Q}_\alpha(x_t|I_{t-1})$ является оптимальным прогнозом. Во втором случае исследователю интересны квантили сами по себе, как, например, при анализе стоимостной меры риска (VaR, от англ. value at risk).

Основной способ расчёта условных квантилей — косвенный, через моделирование условной плотности (см. раздел 6) или её хвостов. В простейших случаях дело сводится к моделированию ещё более простых объектов. Например, если доходности подчиняются простому соотношению $r_t/\sigma_t \sim iid \mathcal{D}$, то $\mathbb{Q}_\alpha(r_t|I_{t-1}) = \phi_0 + \phi_\sigma \sigma_t$, где постоянные ϕ_0 и ϕ_σ зависят только от распределения \mathcal{D} . Значит, условные квантили можно смоделировать, смоделировав динамику условного стандартного отклонения и безусловную плотность стандартизованных доходностей.

Не так давно Engle & Manganelli (2004) предложили моделировать условные квантили непосредственно с помощью авторегрессии:

$$\mathbb{Q}_\alpha(r_t|I_{t-1}) = \xi + \alpha g(r_{t-1}, r_{t-2}, \dots) + \beta \mathbb{Q}_\alpha(r_{t-1}|I_{t-2}),$$

где $g(r_{t-1}, r_{t-2}, \dots)$ — движущая сила процесса, определённая функция от предыстории. Такая модель, будучи заточена на анализ стоимостной меры риска, имеет сокращение CAViAR (от англ. conditional autoregressive value at risk). В качестве движущей силы процесса авторы предлагают четыре варианта её спецификации, все, впрочем, не очень чётко мотивированные. Одна из простейших спецификаций подразумевает включение регрессоров r_{t-1}^- и r_{t-1}^+ , где $a^- = \min\{a, 0\}$ и $a^+ = \max\{a, 0\}$.

Обобщение CAViAR-модели на многомерный случай содержится в White, Kim & Manganelli (2010). Kuester, Mittnik & Paolella (2006) сравнивают различные подходы в точности прогнозирования стоимостной меры риска.

5 Моделирование условных вероятностей

Иногда вместо моделирования поведения непрерывно распределённой переменной (такой как рост ВВП или доходность финансового актива) интересно моделировать факт превышения этой переменной какого-то порога (соответственно, превышение ростом определённого «естественного уровня» при анализе бизнес-циклов или положительность доходности при анализе направления движения рынка). В таком случае исследуемой переменной является индикатор, скажем, d_t , принимающий значения 1 или 0 (например, $d_t = \mathbb{I}\{\Delta y_t > \delta\}$ при известном пороге δ). Естественным кандидатом при моделировании этого объекта является аналог модели бинарного выбора, популярной в кросс-секционном анализе, пробита или логита. В данном контексте такие модели называют автопробитом и автологитом, соответственно, причём при анализе бизнес-циклов принято использовать пробит-версию, а при анализе направления движения финансовых рынков — логит-версию. Например, автологит выглядит следующим образом:

$$\mathbb{P}\{d_t = 1|I_{t-1}\} = \frac{1}{1 + \exp(-\theta_t)},$$

где переменная θ_t параметризуется как (обычно линейная) функция от наблюдаемых в предшествующий период переменных. Стильно использовать предыдущие индикаторы типа d_{t-1} , поскольку моделируются именно индикаторы, но включение переменных, лежащих в основе построения индикатора (Δy_t в примере выше), тоже возможно. См., например, модель Rydberg & Shephard (2003) для направления движения рынка от транзакции к транзакции. В работе Anatolyev (2009) предлагается обобщение автологит-модели на случай одновременного анализа направления движения нескольких рынков.

Аналогично можно строить авторегрессии для дискретных, но не бинарных переменных, например целочисленных. См., например, работу Rydberg & Shephard (2003) применительно к моделированию количества скачков цены от транзакции к транзакции.

6 Моделирование условных плотностей

Вся информация о динамике интересующей исследователя переменной содержится в эволюции её условного распределения. Мы будем считать последнее непрерывным и говорить о моделировании динамики условной плотности. Поскольку плотность — заметно более сложный объект, чем моменты, квантили или вероятности, моделировать её динамику значительно сложнее. С другой стороны, из оцененной адекватной модели условной плотности можно вывести динамику всех остальных, более простых объектов, например, условных квантилей (более того, это и есть ведущий способ их косвенного моделирования)⁵.

Сначала моделируется условное среднее μ_t (например, как линейная авторегрессия), затем условное стандартное отклонение σ_t (например, в рамках GARCH-класса). Предполагается, что стандартизованные шоки $\eta = \sigma_t^{-1}(r_t - \mu_t)$ распределены, условно на предыстории, согласно (негауссовому) распределению $\mathcal{D}(\theta)$ со нулевым средним, единичной дисперсией и вектором дополнительных параметров θ , отвечающих за форму распределения (например, количество степеней свободы, показатель скошенности и т.д.). Чаще всего используется распределения Стьюдента или GED (от англ. generalized error distribution, введено в обиход в GARCH-контексте в работе Nelson 1991). Эти распределения способны подстроиться под типично тяжелохвостовое условное поведение финансовых доходностей, за что отвечает дополнительный параметр тяжести хвостов (для распределения Стьюдента этот параметр — количество степеней свободы). В то же время указанные распределения симметричны и поэтому не учитывают скошенность доходностей. Примерами распределений, учитывающими и асимметрию, являются скошенные распределения Стьюдента и GED. Первое используется довольно интенсивно, эту моду ввёл Брюс Хансен в Hansen (1994). Мы же здесь воспроизведём форму плотности скошенного GED-распределения (использованного, например, в работе Anatolyev & Shakin 2007):

$$f(\eta; \kappa, \varphi) = \frac{\kappa}{2\Lambda\Gamma(1/\kappa)} \exp\left(-\left|\frac{\eta - \Delta}{\Lambda(1 + \operatorname{sgn}(\eta - \Delta)\varphi)}\right|^\kappa\right),$$

где Λ и Δ — определённые функции κ и φ , $\kappa > 0$ — параметр тяжести хвостов, а $-1 < \varphi < 1$ — дополнительный параметр скошенности.

Иногда в качестве параметрических плотностей используются такие, которые произошли из различных разложений. Пример подобной плотности — так называемое распределение Грама—Шарлье:

$$f(\eta; s, k) = \phi(\eta) \left(1 + \frac{s}{3!}(\eta^3 - 3\eta) + \frac{k - 3}{4!}(\eta^4 - 6\eta^2 + 3)\right),$$

где $\phi(\eta)$ — плотность стандартного нормального распределения, а s и k — параметры скошенности и тяжести хвостов. Видно, что аналитическая форма напоминает некоторое усечённое разложение (произвольной плотности вокруг гауссовой). Данная плотность интегрируется в единицу, матожидание равно нулю, дисперсия — единице, а третий и четвёртый моменты — ровно s и k . Не всё, однако, здесь гладко. Строго говоря, такая плотность — не плотность, так как она может принимать отрицательные значения. Чтобы избавиться от этой неприятности, получила распространение другая форма, где выражение в скобках возводится в квадрат, и получившийся результат нормируется. Однако в результате такого преобразования утрачивается первоначальная идея разложения, и, в частности, портится интерпретация параметров s и k .

Описанные выше подходы обладают существенным недостатком: хотя форма распределения отличается от формы нормального распределения, динамика условных моментов высоких порядков (например, третьих и четвёртых) жёстко привязана к динамике условного

⁵Речь не идёт об условном среднем и условной дисперсии, поскольку обычно при моделировании плотности в первую очередь моделируются эти два объекта явным образом, см. ниже.

среднего и условной дисперсии. Чтобы разорвать эту связь, можно вектор параметров θ в спецификации распределения $\mathcal{D}(\theta)$ не сохранять постоянной величиной, а разрешить ему эволюционировать, параметризовав его как функцию от времени, а точнее, от наблюдаемой предыстории. Такой подход предложен в работе Hansen (1994), а соответствующая модель называется ARCD (от англ. autoregressive conditional density). Hansen (1994) показал на двух эмпирических примерах, как можно создать такую параметризацию. Для «плотности» Грам–Шарлье, приведённой выше, можно придумать уравнение динамики параметров s и k . Вполне естественно, что подобное занятие гораздо более затруднительно, чем придумать логичную спецификацию динамики первых двух условных моментов. Условное среднее и условная дисперсия обладают интуитивной интерпретацией в терминах предсказуемости и волатильности, а также обилием стилизованных фактов относительно связанных с ними явлений. Параметры же условного распределения чаще всего лишены такой интерпретации и стилизованных фактов. Кроме того, во многих случаях попытки эмпирически оценить такие спецификации приводят к статистически незначимым коэффициентам, сигнализируя о постоянстве во времени этих параметров или по крайней мере несущественной их динамике. Несмотря на это, ожидается, что финансовые эконометристы в ближайшее время уделят данному подходу больше внимания и обнаружат интересные и нетривиальные закономерности.

Описанный выше подход можно применить и к классу МЕМ-моделей (см. раздел 2), да и к другим классам, где фигурирует параметры, отвечающие за форму распределения (см., например, цитированную выше работу Anatolyev 2009).

При моделировании поведения динамики многомерных величин используются те же принципы; см. применение ряда многомерных плотностей в работе Балаев (2011). Здесь присутствуют, однако, дополнительные трудности. Одна из них — отсутствие в литературе обобщений некоторых сложных одномерных распределений на многомерный случай; существующие же обобщения нередко имеют очень сложное аналитическое представление. Вторая трудность типична для многомерного моделирования — это резкое увеличение количества параметров с ростом числа моделируемых переменных.

Обе проблемы помогает решить популярный инструментарий, получивший название копульного моделирования; см., например, обзор Patton (2012). Копула (англ. copula) представляет собой многомерное распределение $C(u_1, u_2, \dots, u_p)$ с областью определения $[0, 1]^p$, которое описывает зависимость компонент, а в качестве аргументов используются маргинальные распределения $F(y_j)$ компонент. В результате имеем многомерное распределение $C(F(y_1), F(y_2), \dots, F(y_p))$. Таким образом, задача многомерного моделирования и оценивания распадается на p задач одномерного моделирования и оценивания распределений компонент и задачу моделирования и оценивания копулы. Копула обычно выбирается из многочисленных классов копул, обладающих наиболее подходящими свойствами, описывающими зависимость компонент. Параметров в спецификации копулы обычно мало, чем избегается перепараметризация модели. Более того, моделирование маргинальных компонент может быть непараметрическим, а моделирование копулы в то же самое время — параметрическим или полупараметрическим. Определённые трудности вызывает моделирование с помощью копул, когда некоторые (особенно если только некоторые) из компонент распределены дискретно; в качестве примера см. Anatolyev & Gospodinov (2010).

При моделировании условных плотностей принято тестировать модель на правильную спецификацию используемого семейства плотностей. С современным состоянием этой сферы можно ознакомиться в обзоре Хейфец (2011).

Список литературы

- Балаев, А. (2011). Моделирование многомерных параметрических плотностей финансовых доходностей. *Квантиль* 9, 39–60.
- Белюсов, С. (2006). Моделирование волатильности со скачками: применение к российскому и американскому фондовым рынкам. *Квантиль* 1, 101–110.
- Куан, Ч.-М. (2013). Модель с марковскими переключениями. *Квантиль* 11, 13–39.
- Маккракен, М. (2006). Парные тесты на одинаковую точность прогнозов. *Квантиль* 1, 53–62.
- Росси, Э. (2010). Одномерные GARCH-модели: обзор. *Квантиль* 8, 1–67.
- Хейфец, И. (2011). Тестирование распределений. *Квантиль* 9, 25–34.
- Цыплаков, А. (2010). Сделать тайное явным: искусство моделирования с помощью стохастической волатильности. *Квантиль* 8, 69–122.
- Цыплаков, А. (2011). Введение в моделирование в пространстве состояний. *Квантиль* 9, 1–24.
- Anatolyev, S. (2009). Multi-market direction-of-change modeling using dependence ratios. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 13, статья 5.
- Anatolyev, S. & N. Gospodinov (2010). Modeling financial return dynamics via decomposition. *Journal of Business & Economic Statistics* 28, 232–245.
- Anatolyev, S. & D. Shakin (2007). Trade intensity in the Russian stock market: dynamics, distribution and determinants. *Applied Financial Economics* 17, 87–104.
- Baillie, R.T. (1996). Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics* 73, 5–59.
- Balke, N.S. (2000). Credit and economic activity: credit regimes and nonlinear propagation of shocks. *Review of Economics and Statistics* 82, 344–349.
- Bauwens, L., S. Laurent & J.V.K. Rombouts (2006). Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of Applied Econometrics* 21, 79–109.
- Bollerslev, T. (2009). Glossary to ARCH (GARCH). Глава в *Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honour of Robert F. Engle* (под редакцией T. Bollerslev, J. R. Russell & M. Watson). Oxford University Press.
- Brownlees C.T., F. Cipollini & G.M. Gallo (2012). Multiplicative error models. Глава в *Volatility Models and Their Applications* под редакцией L. Bauwens, C. Hafner & S. Laurent, Wiley.
- Engle, R.F. & S. Manganelli (2004). CAViAR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics* 22, 367–381.
- Franses, P.H., T. Teräsvirta & D. van Dijk. (2002). Smooth transition autoregressive models – a survey of recent developments. *Econometric Reviews* 21, 1–47.
- Franses, P. & D. van Dijk (2000). *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*. New York: Cambridge University Press.
- Hamilton, J.D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica* 57, 357–384.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- Hansen, B.E. (1997). Inference in TAR models. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 2, 1–14
- Kuester, K., S. Mittnik & M.S. Paolella (2006). Value-at-risk prediction: a comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics* 4, 53–89.
- Nelson, D. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Journal of Econometrics* 43, 227–251.
- Patton, A. (2012). A review of copula models for economic time series. *Journal of Multivariate Analysis* 110, 4–18.
- Rydberg, T.H. & N. Shephard (2003). Dynamics of trade-by-trade price movements: decomposition and models. *Journal of Financial Econometrics* 1, 2–25.
- Teräsvirta, T. (2009). An introduction to univariate GARCH models. Глава в *Handbook of Financial Time Series* (под редакцией T. Andersen, R. Davis, J.-P. Kreiss & T. Mikosch). Springer.
- White, H., T.-H. Kim & S. Manganelli (2010). Modeling autoregressive conditional skewness and kurtosis with multi-quantile CAViAR. Глава в *Volatility and Time Series Econometrics: A Festschrift in Honor of Robert F. Engle* под редакцией J. Russell & M. Watson, Oxford University Press.

Objects of nonstructural time series modeling

Stanislav Anatolyev

New Economic School, Moscow, Russia

When modeling time series dynamics one has to decide on the class and type of models to use which depends much on the object to be modeled. This essay briefly overviews the specifics of time series modeling of various objects like conditional mean, conditional variance, conditional quantiles, conditional probabilities and conditional densities. We pay attention to both univariate and multivariate cases. References to narrower but more detailed surveys are given.

Модели с марковскими переключениями^{*}

Чанг-Минг Куан[†]

Академия наук, Тайбэй, Тайвань

В настоящем эссе обсуждается одна из самых популярных нелинейных моделей временных рядов — модель с марковскими переключениями. В такой модели происходит переключение между различными типами поведения временного ряда в различных режимах; при этом сам механизм переключения контролируется ненаблюдаемой марковской цепью. Мы рассматриваем простую модель с марковскими переключениями для условного среднего, описываем её обобщения, изучаем методы оценивания, обсуждаем инференцию и подробно разбираем два эмпирических примера.

1 Введение

В настоящее время при анализе динамики экономических и финансовых переменных широко используются различные модели временных рядов. Ведущими являются линейные модели, такие как авторегрессия (AR), скользящее среднее (MA) или их комбинация (ARMA). Линейные модели временных рядов настолько популярны отчасти из-за того, что они включены в статистические и эконометрические пакеты. Хотя такие модели хорошо зарекомендовали себя во многих приложениях, с помощью них невозможно «ухватить» многие нелинейные закономерности, такие как асимметрия, зависимость от амплитуды и кластеризация волатильности. Например, рост ВВП часто флуктуирует около высокого уровня и более персистентен во время бумов, но остаётся на более низком уровне и менее персистентен во время рецессий. Для таких временных рядов нельзя ожидать, что какая-либо линейная модель будет способна отразить такую разницу в поведении.

За последние два десятилетия можно было наблюдать стремительное развитие моделей нелинейных временных рядов; более подробное изложение см., например, в работах Tong (1990) и Granger & Teräsvirta (1993). Нелинейные временные ряды, однако, не являются панацеей и имеют свои недостатки. Во-первых, реализация нелинейных моделей, как правило, сложна. Например, нелинейные алгоритмы оптимизации часто останавливаются в локальном максимуме пространства параметров. Во-вторых, большинство нелинейных моделей разработаны с целью описания определённых эмпирических закономерностей, и оттого могут быть недостаточно гибкими. Таким образом, успех нелинейной модели в значительной степени зависит от тех данных, к которым она применяется. Исключением здесь являются т.н. *искусственные нейронные сети*, которые благодаря свойству «универсальной аппроксимации» способны «ухватить» любую нелинейную конфигурацию данных; см., например, Kuang & White (1994). Нейронные сети, однако, страдают из-за проблем идентификации, а потому достаточно проблематичны в использовании.

Модель с марковскими переключениями, предложенная в работе Hamilton (1989), также известная как *модель с переключениями режимов*, является одной из наиболее популярных нелинейных моделей временных рядов в литературе. Эта модель включает множество структур (уравнений), характеризующих поведение временного ряда в различных режимах. Если

^{*} Настоящее эссе написано в 2002 г. Цитировать как: Куан, Чанг-Минг (2013). «Модели с марковскими переключениями», Квантиль, №11, стр. 13–39. Citation: Kuan, Chung-Ming (2013). “Markov switching model,” *Quantile*, No.11, pp. 13–39.

[†] Адрес: Institute of Economics, Academia Sinica, Taipei 115, Taiwan. Электронная почта: ckuan@econ.sinica.edu.tw

разрешить переключение между этими структурами, получившаяся модель сможет улавливать довольно сложные динамические закономерности. Модели с марковскими переключениями отличаются тем, что механизм переключения контролируется ненаблюдаемой переменной, следующей марковскому процессу первого порядка. Марковское свойство, в частности, означает, что текущее значение переменной состояния зависит только от предыдущего её значения. Таким образом, определённая структура может превалировать на протяжении определённого периода времени, после чего сменится другой структурой при переключении режима. Это резко контрастирует с моделью случайных переключений из работы Quandt (1972), в которой переключения независимы по времени. Модель с марковскими переключениями отличается и от моделей *структурных сдвигов*. Тогда как модели с марковскими переключениями характеризуются частыми сдвигами в случайные моменты времени, для моделей структурных сдвигов типичны редкие и полностью экзогенные сдвиги. Таким образом, модель с марковскими переключениями подходит для моделирования автокоррелированных рядов, характеризующихся различным поведением на разных временных интервалах.

Оригинальная модель с марковскими переключениями создана для описания поведения среднего. Эта модель и её модификации нашли широкое применение в описании экономических и финансовых временных рядов; см., например, Hamilton (1988, 1989), Engel & Hamilton (1990), Lam (1990), Garcia & Perron (1996), Goodwin (1993), Diebold, Lee & Weinbach (1994), Engel (1994), Filardo (1994), Ghysels (1994), Sola & Drill (1994), Kim & Yoo (1995), Schaller & van Norden (1997) и Kim & Nelson (1998), среди прочих. Недавно эта модель стала популярной в изучении тайваньских бизнес-циклов, см. Huang, Kuan & Lin (1998), Huang (1999), Chen & Lin (2000a, b), Hsu & Kuan (2001) и Rau, Lin & Li (2001). Учитывая успешность модели с марковскими переключениями для условного среднего, естественно рассмотреть возможность её использования для описания динамики условной дисперсии. Важнейший класс моделей условной дисперсии — GARCH (обобщённые модели авторегрессионной условной гетероскедастичности), введённый в работах Engle (1982) и Bollerslev (1986). В статьях Cai (1994), Hamilton & Susmel (1994) и Gray (1996) изучаются различные ARCH и GARCH модели с марковскими переключениями. Lam & Li (1998) вводят марковское переключение в модель стохастической волатильности Melino & Turnbull (1990), Harvey, Ruiz, & Shephard (1994) и Jacquier, Polson & Rossi (1994). Другие финансовые приложения моделей с марковскими переключениями в условной дисперсии можно найти в работах Hamilton & Lin (1996), Dueker (1997) и Ramchand & Susmel (1998). Chen & Lin (1999) и Lin, Hung & Kuan (2002) применяют такие модели к тайваньским финансовым временным рядам.

Настоящее эссе организовано следующим образом. В разделе 2 мы вводим простую модель с марковскими переключениями для условного среднего и её обобщения. В разделе 3 мы изучаем два метода оценивания (метод максимального квазиправдоподобия и сэмплирование Гиббса), а инференцию обсуждаем в разделе 4. Раздел 5 представляет эмпирическое исследование тайваньских бизнес-циклов на базе двумерных моделей с марковскими переключениями. В разделе 6 представлена модель с марковскими переключениями для условной дисперсии. В разделе 7 проводится эмпирический анализ краткосрочных процентных ставок на Тайване. Раздел 8 завершает эссе. Заинтересованные читатели могут обращаться к книге Hamilton (1994) за детальным описанием моделей с марковскими переключениями. Более подробное описание модели и её приложений можно найти в Kim & Nelson (1999); компьютерные программы (написанные С. J. Kim в GAUSS), реализующие модель, доступны на сайте www.econ.washington.edu/user/cnelson/SSMARKOV.htm. Некоторые программы, написанные Y.-L. Huang, S.-H. Hsu и автором настоящего эссе, могут быть предоставлены по запросу.

2 Марковские переключения для условного среднего

Многочисленные эмпирические исследования показывают, что экономические и финансовые временные ряды могут характеризоваться различными динамическими паттернами в разные периоды времени. Вместо использования единственной модели для условного среднего, естественно рассмотреть несколько моделей для улавливания меняющихся закономерностей. Модель с марковскими переключениями строится комбинированием двух или более динамических моделей с помощью механизма переключения. Следуя работам Hamilton (1989, 1994), мы сконцентрируем внимание на модели AR с марковскими переключениями. В настоящем разделе мы сначала проиллюстрируем характерные черты марковского механизма переключения на простейшей модели, а потом обсудим более общие спецификации.

2.1 Простейшая модель

Обозначим за s_t ненаблюдаемую переменную состояния, принимающую значения 0 или 1. Простейшая модель переключения для переменной z_t состоит из двух спецификаций типа AR:

$$z_t = \begin{cases} \alpha_0 + \beta z_{t-1} + \varepsilon_t, & s_t = 0, \\ \alpha_0 + \alpha_1 + \beta z_{t-1} + \varepsilon_t, & s_t = 1, \end{cases} \quad (1)$$

где $|\beta| < 1$ и $\varepsilon_t \sim iid$ с нулевым средним и дисперсией σ_ε^2 . Это стационарный AR(1) процесс со средним $\alpha_0/(1 - \beta)$ при $s_t = 0$ и переключающийся на другой стационарный AR(1) процесс со средним $(\alpha_0 + \alpha_1)/(1 - \beta)$, когда s_t переключается с 0 на 1. Таким образом, если $\alpha_1 \neq 0$, такая модель характеризуется двумя динамическими паттернами в зависимости от значения переменной состояния s_t . В этом случае z_t управляется двумя распределениями с разным средним, а переменная s_t отвечает за переключение между этими распределениями (режимами).

Если $s_t = 0$ при $t = 1, \dots, \tau_0$ и $s_t = 1$ при $t = \tau_0 + 1, \dots, T$, модель (1) имеет единственный структурный сдвиг, при котором параметр модели резко изменяется только после $t = \tau_0$. Если s_t — независимые бернуллиевские случайные величины, модель превращается в модель случайных переключений Quandt (1972). В этой модели s_t не зависит от предыдущих и будущих реализаций, поэтому z_t может сильно «прыгать» (часто переключаться между разными состояниями). Если $s_t = \mathbf{1}_{\{\lambda_t \leq c\}}$, т.е. s_t принимает значения 0 или 1 в зависимости от расположения λ_t относительно порога c , то уравнение (1) становится *пороговой моделью*. В качестве переменной λ_t часто используется лаг зависимой переменной z_{t-d} .

Несмотря на то, что все эти модели способны уловить смену динамического поведения в двух режимах, каждая из них имеет свои недостатки. Модель с единственным структурным сдвигом слишком ограничена. Хотя очень просто обобщить эту модель на случай многократных структурных сдвигов, полученную модель обычно сложно оценивать и тестировать гипотезы для неё, см., например, Bai & Perron (1998) и Bai (1999). Более того, сдвиги в таких моделях происходят в экзогенные моменты времени. Модель со случайными переключениями, однако, позволяет легко моделировать множественные сдвиги, но её переменные состояния по-прежнему экзогенны. Существенным недостатком последней является также независимость переменных состояния по времени, а значит, её неприменимость к временным рядам. С другой стороны, переключения в пороговой модели зависимы и эндогенны и приводят к множественным сдвигам. К сожалению, однако, выбор подходящей переменной λ_t и порога c является сложной задачей.

Одним из подходов к преодолению вышеописанных проблем является выбор иной спецификации для s_t . Предположим, например, что s_t есть марковская цепь первого порядка со

следующей матрицей переходных вероятностей:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}(s_t = 0 | s_{t-1} = 0) & \mathbb{P}(s_t = 1 | s_{t-1} = 0) \\ \mathbb{P}(s_t = 0 | s_{t-1} = 1) & \mathbb{P}(s_t = 1 | s_{t-1} = 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{10} \\ p_{01} & p_{11} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где за p_{ij} ($i, j = 0, 1$) обозначена вероятность перехода в состояние $s_t = j$ из состояния $s_{t-1} = i$. Ясно, что вероятности перехода удовлетворяют $p_{i0} + p_{i1} = 1$. Матрица перехода управляет случайным поведением переменной состояния и зависит только от двух параметров (p_{00} и p_{11}). Модель (1) с марковской переменной состояния и называется моделью с марковскими переключениями. Впервые марковский механизм переключения был рассмотрен в работе Goldfeld & Quandt (1973). Hamilton (1989) проводит тщательный анализ этой модели и методов её оценивания; см. также Hamilton (1994) и Kim & Nelson (1999).

В модели с марковскими переключениями свойства z_t определяются характеристиками распределения как инноваций ε_t , так и переменной состояния s_t . В частности, марковская переменная состояния приводит к случайным и частым сменам режима, а вероятности перехода определяют персистентность каждого из режимов. Надо заметить, что пороговая модель обладает схожими свойствами; однако модель с марковскими переключениями относительно проста в имплементации, так как не требует выбора пороговой переменной λ_t априори. Вместо этого, классификация режимов в данной модели имеет вероятностный характер и определяется данными. Модель с марковскими переключениями, однако, сложно интерпретировать, так как переменные состояния ненаблюдаемы.

3 Некоторые обобщения

Модель (1) легко обобщается на более сложные динамические паттерны. Рассмотрим сначала непосредственное обобщение модели (1):

$$z_t = \alpha_0 + \alpha_1 s_t + \beta_1 z_{t-1} + \dots + \beta_k z_{t-k} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где $s_t = 0, 1$ — марковские переменные состояния с переходной матрицей (2), а $\varepsilon_t \sim iid$ с нулевым средним и дисперсией σ_ε^2 . Это модель AR(k) с изменяющимся свободным членом.

Для d -мерного временного ряда $\{\mathbf{z}_t\}$ мы записываем (3) в виде

$$\mathbf{z}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\alpha}_1 s_t + \mathbf{B}_1 z_{t-1} + \dots + \mathbf{B}_k z_{t-k} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (4)$$

где $s_t = 0, 1$ по-прежнему марковские переменные состояния с матрицей перехода (2), \mathbf{B}_i ($i = 1, \dots, k$) есть $d \times d$ матрицы параметров, а $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim iid$ случайные векторы с нулевым средним и ковариационной матрицей $\boldsymbol{\Sigma}_0$. Очевидно, уравнение (4) задаёт векторную авторегрессию VAR с изменяющимся свободным членом. Это обобщение просто, но требование одновременного переключения по всем d переменным не всегда реалистично.

До настоящего времени мы рассматривали модель с марковскими переключениями между двумя режимами, так как переменная состояния бинарна. Возможны и дальнейшие обобщения таких моделей. Например, можно позволить переменной состояния принимать $m > 2$ значений, получив таким образом модель с m состояниями. Такие модели мало чем отличаются от моделей, рассмотренных выше, кроме того, что матрица перехода \mathbf{P} должна быть подходящим образом расширена. Можно также позволить переменной z_t зависеть как от прошлых, так и от текущего значений переменной состояния. А именно, положим $\tilde{z}_t = z_t - \alpha_0 - \alpha_1 s_t$ и постулируем следующую модель:

$$\tilde{z}_t = \beta_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \beta_k \tilde{z}_{t-k} + \varepsilon_t. \quad (5)$$

Тогда \tilde{z}_t (а значит и z_t) зависит не только от s_t , но также и от s_{t-1}, \dots, s_{t-k} . Так как вектор $(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-k})$ может принимать 2^{k+1} возможных значений, модель (5) по существу

является моделью (3) с 2^{k+1} состояниями. Ещё одним обобщением может быть зависимость переходных вероятностей от времени. Например, переходные вероятности можно постулировать функциями от каких-либо экзогенных переменных, которые могут меняться во времени. Ясно, что модель с марковскими переключениями ещё более гибкая, однако зависит от большего числа параметров.

4 Марковский тренд

Модель с марковскими переключениями и её модификации, обсуждённые в предыдущих разделах, подходят только для стационарных данных. Пусть y_t — наблюдаемый временной ряд с единичным корнем. Тогда модель с марковскими переключениями нужно применять к разностям $z_t = \Delta y_t = y_t - y_{t-1}$. Если y_t — квартальные данные с сезонным единичным корнем, то модель с марковскими переключениями применяется к разностям $z_t = \Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4}$.

Если y_t имеет единичный корень, изменяющийся свободный член в z_t приводит к детерминистическому тренду со сдвигами в y_t . Если z_t задаётся уравнением (3), то y_t может быть записан в виде

$$y_t = \left(\alpha_0 t + \alpha_1 \sum_{i=1}^t s_i \right) + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_k y_{t-k} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i, \quad (6)$$

где два слагаемых в скобках представляют собой тренд со сдвигами, вторая группа слагаемых есть динамическая компонента, а последнее слагаемое $\sum_{i=1}^t \varepsilon_i$ является стохастическим трендом. Ясно, что функция тренда зависит от s_t ; получаемый тренд называется *марковским трендом*. «Основной» коэффициент наклона тренда равен α_0 . Если есть только одна переменная $s_i = 1$, функция тренда сдвигается вверх (вниз) на α_1 ; когда переменные s_i принимают значение 1 несколько раз подряд, они меняют наклон функции тренда. Наклон тренда снова станет равным α_0 , когда s_i переключится на значение 0. На Рис. 1 представлены две реализации марковского тренда, где чёрными метками отмечены периоды с $s_i = 1$. На левом рисунке представлен тренд с $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_1 > 0$; на правом рисунке представлен тренд с $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_1 < 0$. Видно, что обе реализации имеют изломы.

5 Оценивание модели

Существует множество способов оценивания модели с марковскими переключениями, см., например, Hamilton (1989, 1990, 1994), Kim (1994) и Kim & Nelson (1999). В настоящем разделе мы концентрируем внимание на модели (3) и обсуждаем её оценивание методом максимального квазиправдоподобия и *сэмплирования Гиббса*; оценивание (4) полностью аналогично, с незначительными изменениями. Мы также рассматриваем оценивание более общей модели (5) в приложении А.

5.1 Оценивание методом максимального квазиправдоподобия

Для модели (3) вектор параметров имеет вид

$$\boldsymbol{\theta} = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \dots, \beta_k, \sigma_\varepsilon^2, p_{00}, p_{11})'$$

Обозначим за $\mathcal{Z}^t = \{z_t, z_{t-1}, \dots, z_1\}$ переменные, наблюдаемые до момента t включительно, т.е. информационное множество момента t . Тогда \mathcal{Z}^T есть информация, полученная из всей выборки. Чтобы оценить функцию правдоподобия для s_t , важно уметь вычислять оптимальные прогнозы (условные математические ожидания) s_t для разных информационных множеств. Такими прогнозами являются *вероятности предсказания* $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})$,

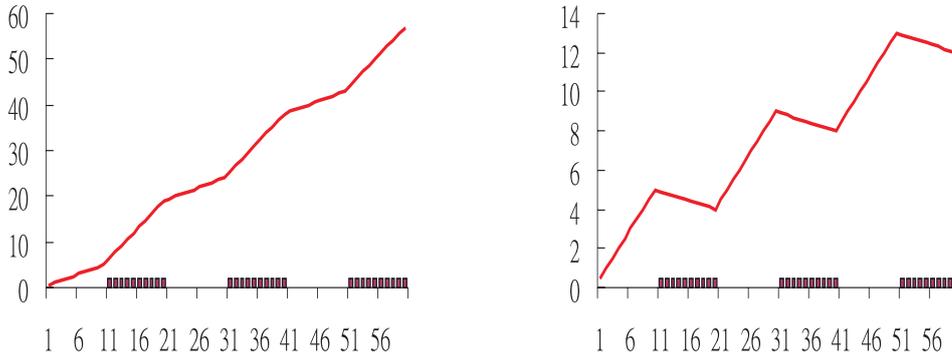


Рис. 1: Функция Марковского тренда с $\alpha_1 > 0$ (слева) и $\alpha_1 < 0$ (справа).

строящиеся на информации, полученной до момента времени t , вероятности фильтрации $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})$, вычисляемые на основе прошлой и текущей информации, и *сглаживающие вероятности* $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^T; \boldsymbol{\theta})$, основывающиеся на всей выборке. В качестве побочного продукта при выводе этих вероятностей мы получим логарифм функции квазиправдоподобия, из которой можно будет получить оценки метода максимального квазиправдоподобия (QMLE).

В предположении о нормальности плотность z_t условно на \mathcal{Z}^{t-1} и $s_t = i$ ($i = 0, 1$) записывается в виде

$$f(z_t | s_t = i, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2}} \exp \left\{ -\frac{(z_t - \alpha_0 - \alpha_1 i - \beta_1 z_{t-1} - \dots - \beta_k z_{t-k})^2}{2\sigma_\varepsilon^2} \right\}. \quad (7)$$

При известной вероятности предсказания $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})$ плотность z_t условно лишь на \mathcal{Z}^{t-1} может быть получена из (7):

$$f(z_t | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) = \mathbb{P}(s_t = 0 | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) f(z_t | s_t = 0, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) + \mathbb{P}(s_t = 1 | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) f(z_t | s_t = 1, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}). \quad (8)$$

Для $i = 0, 1$ вероятности фильтрации для s_t можно записать как

$$\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) f(z_t | s_t = i, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})}{f(z_t | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})} \quad (9)$$

по теореме Байеса, а соотношение между вероятностями фильтрации и предсказания есть

$$\mathbb{P}(s_{t+1} = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = p_{0i} \mathbb{P}(s_t = 0 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) + p_{1i} \mathbb{P}(s_t = 1 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}), \quad (10)$$

где $p_{0i} = \mathbb{P}(s_{t+1} = i | s_t = 0)$ и $p_{1i} = \mathbb{P}(s_{t+1} = i | s_t = 1)$ — вероятности перехода. Заметим, что уравнения (7)–(10) образуют рекурсивную систему для $t = k, \dots, T$.

Имея начальные значения $\mathbb{P}(s_k = i | \mathcal{Z}^{k-1}; \boldsymbol{\theta})$,¹ можно проитерировать уравнения (7)–(10) с тем, чтобы получить вероятности фильтрации $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})$, а также условные плотности

¹Hamilton (1994, стр. 684) предлагает в качестве начальных значений $\mathbb{P}(s_k = i | \mathcal{Z}^{k-1}; \boldsymbol{\theta})$ взять безусловный аналог: третий столбец матрицы $(\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}'$, где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{P} \\ \mathbf{1}' \end{pmatrix},$$

с единичной матрицей \mathbf{I} и столбцом $\mathbf{1}$ из двух единиц.

$f(z_t | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})$ для всех $t = k, \dots, T$. Логарифм функции квазиправдоподобия записывается теперь как

$$\mathcal{L}_T(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \log f(z_t | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}),$$

т.е. является сложной функцией параметров $\boldsymbol{\theta}$. QMLE-оценка $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ может быть найдена численным алгоритмом. Например, пакет GAUSS использует алгоритм BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno). Оценённые вероятности фильтрации и предсказания затем легко вычисляются подстановкой $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ в соответствующие формулы.

Чтобы вычислить сглаживающие вероятности $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^T; \boldsymbol{\theta})$, мы следуем подходу из работы Kim (1994). Замечая, что

$$\mathbb{P}(s_t = i | s_{t+1} = j, \mathcal{Z}^T; \boldsymbol{\theta}) = \mathbb{P}(s_t = i | s_{t+1} = j, \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{p_{ij} \mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})}{\mathbb{P}(s_{t+1} = j | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})}$$

для $i, j = 0, 1$, мы можем выразить сглаживающие вероятности как

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^T; \boldsymbol{\theta}) &= \mathbb{P}(s_{t+1} = 0 | \mathcal{Z}^T; \boldsymbol{\theta}) \mathbb{P}(s_t = i | s_{t+1} = 0, \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) + \\ &\quad + \mathbb{P}(s_{t+1} = 1 | \mathcal{Z}^T; \boldsymbol{\theta}) \mathbb{P}(s_t = i | s_{t+1} = 1, \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = \\ &= \mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) \cdot \left(\frac{p_{i0} \mathbb{P}(s_{t+1} = 0 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})}{\mathbb{P}(s_{t+1} = 0 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})} + \frac{p_{i1} \mathbb{P}(s_{t+1} = 1 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})}{\mathbb{P}(s_{t+1} = 1 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Используя вероятность фильтрации $\mathbb{P}(s_t = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})$ в качестве начального значения, мы можем проитерировать уравнения (9), (10) и (11) в обратной последовательности, чтобы получить сглаживающие вероятности для $t = T-1, \dots, k+1$. Эти вероятности также являются функциями параметров $\boldsymbol{\theta}$; подставляя QMLE-оценку $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ в формулы, получаем оценённые сглаживающие вероятности.

5.2 Оценивание сэмплированием Гиббса

Альтернативным подходом к оцениванию моделей с марковскими переключениями является сэмплирование Гиббса, см., например, Albert & Chib (1993) и McCulloch & Tsay (1994). Сэмплирование Гиббса является частным случаем метода симуляций типа Монте-Карло марковских цепей (Markov Chain Monte Carlo, MCMC), предложенным в работе Geman & Geman (1984) для задач обработки изображений и сильно связанным с идеей расширения данных Tanner & Wong (1987).

Подобно байесовскому анализу, в этом методе параметры считаются случайными величинами. Предположим, что параметр $\boldsymbol{\theta}$ может быть разбит на k групп:

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}'_1, \boldsymbol{\theta}'_2, \dots, \boldsymbol{\theta}'_k)'$$

Наблюдая данные \mathcal{Z}^T , обозначим за

$$\pi(\boldsymbol{\theta}_i | \mathcal{Z}^T, \{\boldsymbol{\theta}_j, j \neq i\}), \quad i = 1, \dots, k$$

полное условное распределение $\boldsymbol{\theta}_i$, являющееся также *условным апостериорным распределением* в Байесовском анализе. Постулируя априорное распределение параметров и функции правдоподобия, можно получить условные апостериорные распределения.

Сэмплер Гиббса начинается с k условных апостериорных распределений и случайно сгенерированных начальных значений

$$\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\boldsymbol{\theta}_1^{(0)'}, \boldsymbol{\theta}_2^{(0)'}, \dots, \boldsymbol{\theta}_k^{(0)'})'$$

Тогда i -ая реализация вектора $\boldsymbol{\theta}$ получается следующим образом.

1. Реализация θ_1 генерируется случайно из полного условного распределения

$$\pi(\theta_1 | \mathcal{Z}^T; \theta_2^{(i-1)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}).$$

Обозначим эту реализацию за $\theta_1^{(i)}$.

2. Реализация θ_2 генерируется случайно из полного условного распределения

$$\pi(\theta_2 | \mathcal{Z}^T; \theta_1^{(i)}, \theta_3^{(i)}, \dots, \theta_k^{(i-1)}).$$

Обозначим эту реализацию за $\theta_2^{(i)}$.

3. Аналогичная процедура повторяется для $\theta_3^{(i)}, \dots, \theta_k^{(i)}$.

Тогда i -ой реализацией вектора θ будем

$$\theta^{(i)} = (\theta_1^{(i)'}, \theta_2^{(i)'}, \dots, \theta_k^{(i)'})'.$$

Повторяя описанную процедуру N раз, получим гиббсовскую последовательность $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(N)}\}$. Теперь мы можем вычислить N полных условных распределений для $\theta^{(i)}$ на основе гиббсовской последовательности. Например, полные условные распределения для $\theta^{(1)}$ есть

$$\pi(\theta_1 | \mathcal{Z}^T; \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_k^{(i)}), \quad k = 1, \dots, N.$$

Чтобы избавиться от эффекта начальных значений, в гиббсовской последовательности обычно пропускают первые N_1 оценок и пользуются только оставшимися $N - N_1$ оценками.

Geman & Geman (1984) показали, что гиббсовская последовательность экспоненциально быстро сходится по распределению к истинному распределению вектора θ , т.е.

$$\theta^{(N)} \xrightarrow{d} \pi(\theta | \mathcal{Z}^T)$$

при $N \rightarrow \infty$, и что каждый подвектор $\theta_i^{(N)}$ также экспоненциально быстро сходится по распределению к истинному маргинальному распределению θ_i . Более того, для любой измеримой функции g

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(\theta^{(i)}) \xrightarrow{\text{a.s.}} \mathbb{E}[g(\theta)],$$

где символы $\xrightarrow{\text{a.s.}}$ означают сходимость с вероятностью 1. В работах Gelfand & Smith (1990), Casella & George (1992) и Chib & Greenberg (1996) можно более детально ознакомиться со свойствами сэмплинга Гиббса.

В текущей постановке задачи наряду с вектором параметров θ ненаблюдаемые переменные состояния s_t , $t = 1, \dots, T$ также считаются параметрами. Расширенный вектор параметров тогда может быть отнесён к одной из четырёх групп: переменные состояния s_t , переходные вероятности p_{00} и p_{11} , свободный член и коэффициенты наклона $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \dots, \beta_k$ и дисперсия σ_ε^2 . Случайный сэмплинг из условного апостериорного распределения даёт гиббсовскую последовательность. Тогда выборочное среднее этой последовательности и является оценкой неизвестных параметров.

6 Тестирование гипотез

Чтобы оценить адекватность модели с марковскими переключениями, естественно рассмотреть следующие гипотезы: (1) изменяющиеся параметры (свободные члены) на самом деле постоянны; (2) переменные состояния независимы. Отвержение первой гипотезы говорит о том, что переключение скорее всего не происходит. Невозможность отвергнуть вторую гипотезу свидетельствует против марковской структуры, однако отвержение второй гипотезы только частично поддерживает предположение о марковском переключении. Также может быть необходимо протестировать значимость параметров модели или гипотезу о (не)линейных соотношениях между ними. В настоящем разделе мы обсудим, как делается такая инференция.

6.1 Тестирование изменений параметров

Первая гипотеза состоит в том, что $\alpha_1 = 0$. Когда эта гипотеза верна, одного уравнения достаточно для описания z_t , и значит (3) превращается в простую AR(k) модель. Таким образом, значения p_{00} и p_{11} не влияют на значения максимального квазиправдоподобия. Иными словами, параметры p_{00} и p_{11} неидентифицируемы при нулевой гипотезе; такие параметры называются *мешающими* или *шумовыми*. Известно, что в случае наличия неидентифицируемых параметров при нулевой гипотезе функция квазиправдоподобия постоянна на них и поэтому не имеет единственного максимума. Следовательно, стандартные тесты, основанные на правдоподобии, неприменимы, см. Davies (1977, 1987) и Hansen (1996b), что представляет серьёзную трудность в тестировании гипотез.

Мы представим «консервативную» процедуру тестирования, предложенную в работах Hansen (1992, 1996a). Следует заметить, что асимптотическая теория теста из работы Garcia (1998) может быть неприменима. Разбиение вектора параметров

$$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta}'_1)' = (\alpha_1, p_{00}, p_{11}, \boldsymbol{\theta}'_1)',$$

где $\mathbf{p}' = (p_{00}, p_{11})$ — вектор параметров, неидентифицируемых при нулевой гипотезе. При фиксированных $\boldsymbol{\gamma} = (\alpha_1, p_{00}, p_{11})'$ концентрированная QMLE-оценка вектора $\boldsymbol{\theta}_1$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1(\boldsymbol{\gamma}) = \arg \max L_T(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta}_1)$$

сходится по распределению, скажем, к $\boldsymbol{\theta}_1(\boldsymbol{\gamma})$. Концентрированные логарифмические функции квазиправдоподобия в точках $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1(\boldsymbol{\gamma})$ и $\boldsymbol{\theta}_1(\boldsymbol{\gamma})$ имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{L}_T(\boldsymbol{\gamma}) &= L_T(\boldsymbol{\gamma}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_1(\boldsymbol{\gamma})), \\ L_T(\boldsymbol{\gamma}) &= L_T(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta}_1(\boldsymbol{\gamma})). \end{aligned}$$

Отсюда получаем статистики отношения правдоподобия

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\boldsymbol{\gamma}) &= \hat{L}_T(\boldsymbol{\gamma}) - \hat{L}_T(0, p_{00}, p_{11}), \\ \mathcal{LR}_T(\boldsymbol{\gamma}) &= L_T(\boldsymbol{\gamma}) - L_T(0, p_{00}, p_{11}), \end{aligned}$$

где $\hat{L}_T(0, \mathbf{p})$ и $L_T(0, \mathbf{p})$ — концентрированные логарифмические функции квазиправдоподобия при нулевой гипотезе. Так как $\boldsymbol{\gamma}$ содержит мешающие параметры, естественно рассмотреть отношения правдоподобия для всех возможных значений $\boldsymbol{\gamma}$. Такие рассуждения мотивируют супремум-статистику $\sup_{\boldsymbol{\gamma}} \sqrt{T} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\boldsymbol{\gamma})$; см. также Andrews (1993), где аналогичный тест описан в контексте тестирования структурных сдвигов в неизвестные моменты времени.

Принимая во внимание уравнения (A.1), (A.2) и (8) из работы Hansen (1992),² имеем

$$\sqrt{T} \left(\hat{L}_T(\gamma) - L_T(\gamma) \right) = o_{\mathbb{P}}(1).$$

Следовательно, при нулевой гипотезе

$$\begin{aligned} \sqrt{T} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma) &= \sqrt{T} \left(\widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma) - \mathcal{LR}_T(\gamma) \right) + \sqrt{T} \left(\mathcal{LR}_T(\gamma) - M_T(\gamma) \right) + \sqrt{T} M_T(\gamma) = \\ &= \sqrt{T} \left(\mathcal{LR}_T(\gamma) - M_T(\gamma) \right) + \sqrt{T} M_T(\gamma) + o_{\mathbb{P}}(1), \end{aligned}$$

где $M_T(\gamma) = \mathbb{E}[\mathcal{LR}_T(\gamma)]$ неположительно при нулевой гипотезе. Следовательно,

$$\sqrt{T} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma) \leq \sqrt{T} Q_T(\gamma) + o_{\mathbb{P}}(1), \quad (12)$$

где $Q_T(\gamma) = \mathcal{LR}_T(\gamma) - M_T(\gamma)$. При некоторых подходящих условиях выполняется центральная предельная теорема (ЦПТ) для эмпирических процессов, т.е.

$$\sqrt{T} Q_T(\gamma) \Rightarrow Q(\gamma), \quad (13)$$

где символ \Rightarrow означает слабую сходимость (соответствующих вероятностных мер), а Q есть гауссовский процесс с нулевым средним и ковариационной функцией $K(\gamma_1, \gamma_2)$. Заметим, что ЦПТ для эмпирических процессов аналогична функциональной ЦПТ; детали можно найти в работе Andrews (1991). Уравнения (12) и (13) означают, что когда T достаточно велико, $Q(\gamma)$ является приблизительной верхней границей для $\sqrt{T} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma)$ для любого γ . Таким образом, при нулевой гипотезе

$$\mathbb{P} \left\{ \sup_{\gamma} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma) > c \right\} \leq \mathbb{P} \left\{ \sup_{\gamma} Q_T(\gamma) > c \right\}. \quad (14)$$

Результат (14) показывает, что при заданном уровне значимости критическое значение для $\sup_{\theta} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma)$ меньше, чем для $\sup_{\theta} Q_T(\gamma)$.

На основе вышеприведённых вычислений, Hansen (1992) предложил использовать стандартизованную супремум-статистику

$$\sup_{\gamma} \widehat{\mathcal{LR}}_T^*(\gamma) = \sup_{\gamma} \widehat{\mathcal{LR}}_T(\gamma) / \hat{V}_T(\gamma)^{1/2}, \quad (15)$$

где $\hat{V}_T(\gamma)$ — оценка дисперсии; её точную форму можно найти в работе Hansen (1992). Обозначим за $V_T(\gamma)$ вероятностный предел $\hat{V}_T(\gamma)$. В силу (12) и (13) статистика Хансена удовлетворяет соотношениям

$$\sup_{\gamma} \widehat{\mathcal{LR}}_T^*(\gamma) \leq \sup_{\gamma} Q_T(\gamma) / \hat{V}_T(\gamma)^{1/2} + o_{\mathbb{P}}(1) \Rightarrow \sup_{\gamma} Q^*(\gamma),$$

где $Q^*(\gamma) = Q(\gamma) / V(\gamma)^{1/2}$ также гауссовский процесс с нулевым средним и ковариационной функцией $K^*(\gamma_1, \gamma_2) = K(\gamma_1, \gamma_2) / [V(\gamma_1)^{1/2} V(\gamma_2)^{1/2}]$. Аналогично (14), имеем

$$\mathbb{P} \left\{ \sup_{\gamma} \widehat{\mathcal{LR}}_T^*(\gamma) > c \right\} \leq \mathbb{P} \left\{ \sup_{\gamma} Q_T^*(\gamma) > c \right\}.$$

Таким образом, при заданном уровне значимости критическое значение для $\sup_{\gamma} \widehat{\mathcal{LR}}_T^*(\gamma)$ меньше, чем для $\sup_{\gamma} Q_T^*(\gamma)$. Это наводит на мысль о том, что даже когда распределение

²Необходимо заметить, что в наших обозначениях \hat{L}_T и L_T являются *средними* по индивидуальным логарифмам правдоподобий, тогда как в работа Hansen (1992) так обозначены суммы индивидуальных логарифмов правдоподобий.

стандартизованной супремум-статистики неизвестно, мы можем использовать $\sup_{\gamma} Q_T^*(\gamma)$ для получения «консервативных» критических значений для стандартизованной супремум-статистики (такие критические значения имеют истинный уровень значимости меньший номинального). Эти критические значения больше необходимого уровня, а значит негативно влияют на мощность теста. Hansen (1992) также предложил использовать симуляции распределения $\sup_{\gamma} Q_T^*(\gamma)$. Реализация теста Хансена вычислительно сложна; мы обсудим её детали в приложении В.

6.2 Тестирование других гипотез

Рассмотрим теперь тест на независимость переменных состояния. Заметим, что если $p_{00} = p_{10}$ и $p_{01} = p_{11}$, то вероятность того, что переменная состояния примет значение 0 (или 1) не зависит от предыдущего состояния. Таким образом, предыдущее состояние не влияет на текущее, поэтому переменные состояния независимы. Так как $p_{00} + p_{01} = 1$ и $p_{10} + p_{11} = 1$, нулевую гипотезу о независимости переменных состояния можно компактно записать в виде

$$H_0 : p_{00} + p_{11} = 1.$$

Если мы отвергаем первую гипотезу, введённую в предыдущем параграфе, проблема «мешающих параметров» исчезает. Следовательно, гипотезу о независимости переменных состояния можно тестировать стандартными тестами правдоподобия; см. также Hamilton (1996). Мы не будем рассматривать эти тесты.

7 Эмпирика: исследование тайваньских бизнес-циклов

При обсуждении бизнес циклов Lucas (1977) отмечает совместное движение таких важных экономических переменных как производство, потребление, инвестиции и занятость. Diebold & Rudebusch (1996) предлагают строить модели бизнес-циклов со следующими двумя характеристиками: совместное движение экономических переменных и персистентность состояний экономики. Ясно, что одномерная модель с марковскими переключениями обладает последней чертой, но не первой. Таким образом, следует рассмотреть многомерную модель.

Существуют многочисленные приложения моделей с марковскими переключениями к бизнес-циклам, см., например, Hamilton (1989), Lam (1990), Goodwin (1993), Diebold, Lee & Weinbach (1994), Durland & McCurdy (1994), Filardo (1994), Ghysels (1994), Kim & Yoo (1995), Filardo & Gordon (1998) и Kim & Nelson (1998). Что касается тайваньских бизнес-циклов, Huang, Kuan & Lin (1998), Huang (1999) и Chen & Lin (2000a) применяли одномерные модели с марковскими переключениями к реальным ВВП и ВНП. В работе Blanchard & Quah (1989), однако, замечено, что моделирование ВВП недостаточно для улавливания эффектов шоков спроса и предложения. Обсуждаемое ниже эмпирическое исследование базируется на работе Hsu & Kuan (2001), применивших двумерную модель с марковскими переключениями к реальному ВВП и росту занятости. Chen & Lin (2000b) также применили двумерную модель для реального ВВП и потребительских расходов. Мы используем занятость вместо потребительских расходов, так как последние сами по себе являются существенной компонентой ВВП.

Квартальные данные по реальному ВВП и занятости взяты из базы данных ARE-MOS Министерства образования. База содержит 151 наблюдение реального ВВП (с первого квартала 1962 года до третьего квартала 1999 года) и 87 наблюдений занятости (с первого квартала 1978 года до третьего квартала 1999 года). Далее по тексту мы обозначаем первый квартал за Q1, второй квартал за Q2 и т.д. Обозначим за ζ_t вектор ВВП и занятости. Беря сезонные разности логарифма ζ_t , получаем годовые темпы роста z_t :

$$z_t = \log \zeta_t - \log \zeta_{t-4}.$$

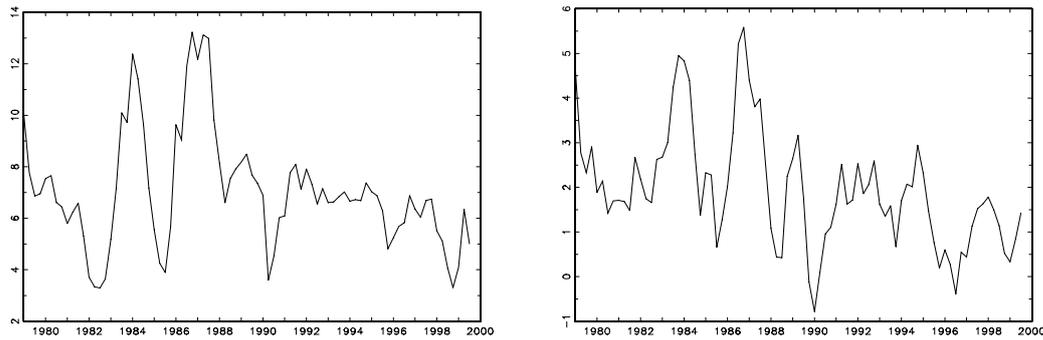


Рис. 2: Темпы роста ВВП (слева) и занятости (справа): 1979Q1 — 1999Q3.

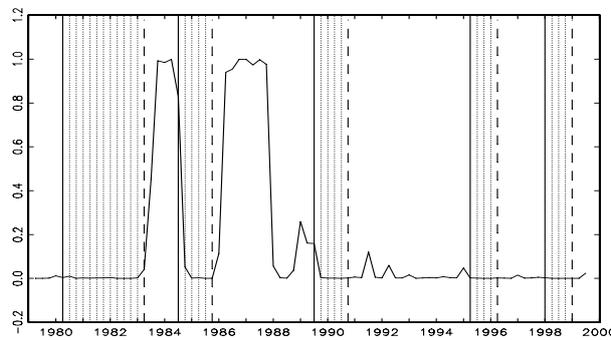


Рис. 3: Сглаживающие вероятности состояния $s_t = 1$: двумерная модель, 1979Q1 — 1999Q3.

Темпы роста ВВП и занятости с 1979Q1 до 1999Q3 представлены на Рис. 2. Видно, что для этих двух рядов не наблюдается никакого тренда.

В настоящем разделе оценивание проводилось сэмплированием Гиббса: см. априорные и условные апостериорные распределения в работе Hsu & Kuan (2001). Сначала мы применяем двумерную модель с марковскими переключениями к z_t , используя все наблюдения (с 1978Q1 до 1999Q3). Результаты оценивания показывают, что $s_t = 1$ есть состояние стремительного роста. На Рис. 3 демонстрируется график сглаживающих вероятностей $\mathbb{P}(s_t = 1 | \mathcal{Z}^T)$, показывающий, что эти вероятности практически нулевые в последние 10 лет, где вертикальные сплошные (прерывистые) линии означают пики (впадины), идентифицируемые Центром экономического планирования и развития (CEPD, Council of Economic Planning and Development) Исполнительного Юаня. Таким образом, очень маловероятно, что находится в режиме стремительного роста в этот период (и очень вероятно, что экономика находится в состоянии слабого роста). Иными словами, модель с марковскими переключениями на основе полной информации не может идентифицировать циклы в 1990-х гг. Однако существующие исследования показывают, что модель с марковскими переключениями достаточно успешна в идентификации тайваньских бизнес-циклов до 1990-х гг. и что результаты близки к полученным CEPD.

Более тщательное изучение данных позволяет заключить, что тайваньская экономика стремительно росла до 1990-х гг., но затем рост существенно замедлился. Например, средние темпы роста ВВП в 1960-х, 1970-х и 1980-х гг. составляли 9,82%, 10,27% и 8,16% соответственно, тогда как средние темпы роста 1990-х гг. находились на уровне всего 6,19%. Это объясняет, почему модель с марковскими переключениями относит все темпы роста в 1990-х гг. к одному состоянию при рассмотрении всей выборки. Несмотря на это, из Рис. 2 мы видим, что экономика Тайваня всё же испытала некоторые взлёты и падения в указанный

период. Вопрос состоит в том, как можно идентифицировать бизнес-циклы в 1990-х гг.

Чтобы справиться с этой задачей, кажется естественным рассмотреть подвыборку наиболее недавних наблюдений. Мы тестируем на структурный сдвиг (в непредопределённый момент времени) в двух временных рядах с помощью теста максимальной статистики Вальда из работы Andrews (1993) и оцениваем момент сдвига методом наименьших квадратов. Для ВВП и занятости максимальная статистика Вальда принимает значения 12,036 и 40,360 соответственно, что превышает 5%-ое критическое значение 9,31. Таким образом, мы отвергаем нулевую гипотезу об отсутствии сдвига среднего. МНК-оценки момента сдвига дают 1989Q4 для ВВП и 1987Q4 для занятости. Мы, стало быть, возьмём подвыборку z_t с 1989Q4 до 1999Q3.³ Заметим, что наш способ определения момента сдвига отличается от использованного в работе Rau, Lin & Li (2001).

Результаты оценивания, приведённые в таблице 1, получены применением двумерной модели с марковскими переключениями к сформированной подвыборке. В этой таблице столбцы под названием «Апр. распр.» содержат значения параметров априорных распределений, а столбцы под названием «Апост. распр.» содержат оценки параметров и стандартные ошибки, полученные сэмплированием Гиббса. Отсюда мы можем вычислить оценённые средние темпы роста ВВП: 7,35% в состоянии 1 и 3,26% в состоянии 0. Назовём состояния 1 и 0 режимами стремительного и слабого роста соответственно. Эти оценки существенно меньше полученных в других исследованиях. Например, используя данные по реальному ВВП с 1961Q1 до 1996Q4, модель с двумя состояниями работы Huang (1999) привела к оценкам средних темпов роста в 11,3% и 7,3%.⁴ Оценённые темпы роста занятости за периоды стремительного и слабого роста составляют 1,46% и 1,15% соответственно.

Из таблицы 1 видно также, что переходные вероятности $p_{00} = 0,5619$ и $p_{11} = 0,6918$. Эти вероятности также существенно меньше, чем в других исследованиях, и показывают, что оба режима менее персистентны, чем ранее. Например, переходные вероятности для режимов слабого и стремительного роста из работы Huang (1999) составляют 0,927 и 0,804 соответственно, тогда как в работе Huang, Kuan & Lin (1998) они равны 0,927 и 0,956 соответственно. Ожидаемая продолжительность примерно равна $1/(1 - p_{11}) \approx 3,2$ квартала для режима стремительного роста и $1/(1 - p_{00}) \approx 2,3$ квартала для режима слабого роста.⁵ Эти продолжительности значительно меньше полученных в работе Huang, Kuan & Lin (1998), где они равны 22,7 кварталов в режиме стремительного роста и 13,7 кварталов в режиме слабого роста. Заметим, однако, что оценённые продолжительности из работы Huang (1999) составляют примерно 5 кварталов в режиме стремительного роста и 13,7 в режиме слабого роста. Эти оценки противоречат расхожему мнению, что бумы на Тайване обычно дольше рецессий. Итак, наши результаты показывают, что ожидаемые темпы роста ВВП Тайваня намного меньше и что фазы бизнес-циклов имеют намного меньшие продолжительности в 1990-х гг.

Сглаживающие вероятности события $s_t = 1$ представлены в таблице 2 и изображены на Рис. 4. Мы используем сглаживающие вероятности для определения пиков и впадин бизнес-цикла с 0,5 в качестве порогового значения для $s_t = 0$ или 1. Т.о. периоды со сглаживающими вероятностями для $s_t = 1$ большими (меньшими) чем 0,5, с большей вероятностью являются

³Использование такой подвыборки довольно разумно. Средние темпы роста ВВП и занятости составляют 7,81% и 2,56% соответственно до 1990 г. и падают до 6,19% и 1,28% соответственно после 1990 г. Это означает 21%-ое падение темпов роста ВВП и 50%-ое падение темпов роста занятости.

⁴Huang, Kuan & Lin (1998) используют данные по реальному ВВП с 1962Q1 до 1995Q3 и получают оценки средних темпов роста в 10,12% и 5,74%.

⁵Ожидаемая продолжительность режима 0 равна

$$\sum_{k=1}^{\infty} k p_{00}^{k-1} (1 - p_{00}) = 1/(1 - p_{00}),$$

а ожидаемая продолжительность режима 1 равна $1/(1 - p_{11})$; см. Hamilton (1989, стр. 374).

Таблица 1: Результаты оценивания двумерной модели с марковскими переключениями для роста ВВП и занятости

параметр	Апр. распр.		Апост. распр.	
	среднее	ст. откл.	среднее	ст. отк.
α_{01}	2	1	1,1073	0,9113
α_{02}	2	1	0,8738	0,8332
α_{11}	2	1	2,3538	1,1602
α_{12}	2	1	1,4057	1,0251
b_{11}	0	1	0,8753	0,2600
b_{12}	0	1	-0,2166	0,2590
b_{13}	0	1	0,0172	0,3204
b_{14}	0	1	0,6703	0,3119
b_{21}	0	1	-0,1205	0,3136
b_{22}	0	1	0,2590	0,3122
b_{23}	0	1	-0,2654	0,3743
b_{24}	0	1	0,0434	0,3655
b_{31}	0	1	0,1176	0,3004
b_{32}	0	1	0,0029	0,2891
b_{33}	0	1	0,3936	0,3964
b_{34}	0	1	0,2330	0,3422
b_{41}	0	1	-0,1672	0,2075
b_{42}	0	1	-0,1363	0,2073
b_{43}	0	1	-0,2740	0,3192
b_{44}	0	1	-0,4507	0,2823
σ_{11}	1	.	0,9781	4,1622
σ_{12}	0	.	-0,1305	8,1463
σ_{22}	1	.	2,1819	35,936
p_{00}	0,5	0,0012	0,5619	0,1725
p_{11}	0,5	0,0012	0,6918	0,1488

Примечание: α_{i1} и α_{i2} являются свободными членами для роста ВВП и занятости соответственно при $s_t = i$, $i = 0, 1$; для $j = 1, \dots, 4$

$$\mathbf{V}_j = \begin{pmatrix} b_{j1} & b_{j3} \\ b_{j2} & b_{j4} \end{pmatrix}; \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix}.$$

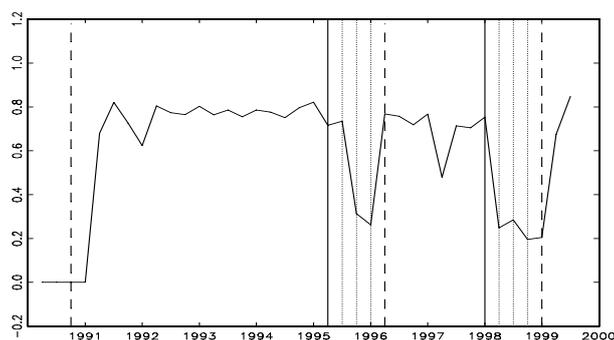


Рис. 4: Сглаживающие вероятности состояния $s_t = 1$: двумерная модель, 1990Q1 — 1999Q3.

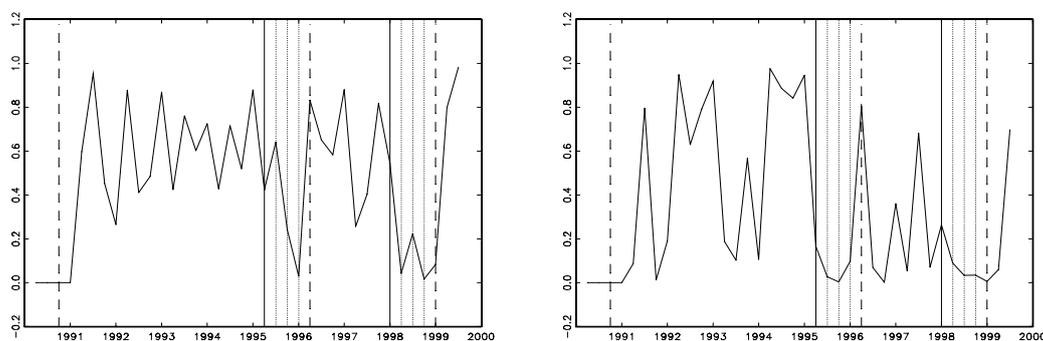


Рис. 5: Сглаживающие вероятности состояния $s_t = 1$: одномерная модель для ВВП (слева) и занятости (справа), 1990Q1 — 1999Q3.

режимами стремительного (слабого) роста. Мы также пользуемся простым правилом: последний период со сглаживающей вероятностью большей (меньшей) 0,5 берётся в качестве пика (впадины). Согласно этому правилу, в 1990-х гг. было два полных цикла: один с пиком в 1995Q2 и впадиной в 1995Q4 и другой с пиком в 1997Q4 и впадиной в 1998Q4. Первый цикл ближе всего к 8-му циклу, идентифицированному CEPD (пик в 1995Q1 и впадина 1996Q1), но с более коротким периодом рецессии, тогда как последний согласуется с 9-ым циклом, идентифицированным CEPD. 9-ый цикл показывает, что тайваньская экономика достигла пика, когда азиатский валютный кризис начал распространяться, и был на дне, когда этот кризис подошёл к концу.

Далее, мы используем априорные распределения из таблицы 1 и применяем одномерные модели с марковскими переключениями отдельно к ВВП после сдвига и темпам роста занятости, как в работе Kim & Nelson (1998). Оценённые сглаживающие вероятности для этих двух рядов представлены на Рис. 5. Интересно отметить, что одномерная модель для выборки после сдвига по-прежнему не может идентифицировать никаких циклов в 1990-х гг. Это может означать, что двумерная модель улавливает важные характеристики данных, которые не может «схватить» одномерная модель.

8 Марковские переключения для условной дисперсии

В дополнение к модели для условного среднего важно также подключить механизм марковского переключения к моделям условной дисперсии. В настоящем разделе мы сконцентрируемся на GARCH-модели с марковским переключением.

Таблица 2: Оценённые сглаживающие вероятности двумерной модели с марковскими переключениями для роста ВВП и занятости

квартал	вероятность	квартал	вероятность
1990Q1	N/A	1995Q1	0,7158
Q2	N/A	Q2	0,7349
Q3	N/A	Q3	0,3133
Q4	N/A	Q4	0,2622
1991Q1	0,6792	1996Q1	0,7680
Q2	0,8206	Q2	0,7579
Q3	0,7257	Q3	0,7185
Q4	0,6235	Q4	0,7674
1992Q1	0,8042	1997Q1	0,4798
Q2	0,7730	Q2	0,7135
Q3	0,7647	Q3	0,7045
Q4	0,8029	Q4	0,7534
1993Q1	0,7638	1998Q1	0,2484
Q2	0,7856	Q2	0,2851
Q3	0,7549	Q3	0,1952
Q4	0,7864	Q4	0,2041
1994Q1	0,7766	1999Q1	0,6745
Q2	0,7510	Q2	0,8483
Q3	0,7957	Q3	N/A
Q4	0,8218	Q4	N/A

Запишем простейшую GARCH(p,q)-модель в виде $z_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t$, где

$$h_t = c + \sum_{i=1}^q a_i z_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p b_i h_{t-i} \quad (16)$$

— условная дисперсия z_t на информации, известной к моменту $t-1$, а $\varepsilon_t \sim iid$ с нулевым средним и единичной дисперсией. Когда h_t не зависит от своих лагов, модель становится ARCH(q). Если $p = q = 1$, то имеем GARCH(1,1)-модель:

$$h_t = c + a_1 z_{t-1}^2 + b_1 h_{t-1}.$$

Многочисленные эмпирические исследования показывают, что модели GARCH(1,1) обычно достаточно для описания поведения волатильности многих временных рядов. Интересно, что сумма оценённых коэффициентов a_1 и b_1 обычно близка к единице. Из уравнения (16) можно записать z_t^2 как ARMA:

$$z_t^2 = h_t \varepsilon_t^2 = c + (a_1 + b_1) z_{t-1}^2 - b_1 (z_{t-1}^2 - h_{t-1}) + (z_t^2 - h_t), \quad (17)$$

где $z_t^2 - h_t$ — инновация с нулевым средним. Таким образом, когда $a_1 + b_1 = 1$, z_t^2 имеет единственный корень, так что ряд h_t сильно персистентный. В этом случае говорят, что $\{h_t\}$

следует процессу интегрированного GARCH (IGARCH). Lamoureux & Lastrapes (1990) отмечают, что обнаружение IGARCH-паттернов не имеет теоретического обоснования и может быть следствием неучёта сдвигов в параметрах в GARCH-модели.

Обозначим за Φ_{t-1} информационное множество к моменту $t - 1$ и пусть $h_{i,t} = \mathbb{V}(z_t | s_t = i, \Phi_{t-1})$. Cai (1994) рассматривает ARCH(q)-модель с изменяющимся свободным членом: $z_t = \sqrt{h_{i,t}}\varepsilon_t$, где

$$h_{i,t} = \alpha_0 + \alpha_1 i + \sum_{j=1}^q a_j z_{t-j}^2, \quad i = 0, 1. \quad (18)$$

Hamilton & Susmel (1994) предложили SWARCH(q)-модель: $z_t = \sqrt{h_{i,t}}\varepsilon_t$, где

$$h_{i,t} = \lambda_i \eta_t = \lambda_i \left(c + \sum_{j=1}^q a_j z_{t-j}^2 \right), \quad i = 0, 1. \quad (19)$$

Здесь условные дисперсии в двух режимах пропорциональны друг другу. Ясно, что условные дисперсии модели (18) претерпевают смещения, тогда как в модели (19) они масштабируются. Обе модели являются, разумеется, частными случаями более общей спецификации изменяющихся условных дисперсий.

Обобщение моделей (18) и (19) на случай наличия лагов условных дисперсий нетривиально. Чтобы увидеть это, заметим, что если условная дисперсия $h_{i,t}$ зависит от $h_{i,t-1}$, то она определяется не только s_t , но также s_{t-1} в силу наличия $h_{i,t-1}$. Далее, зависимость $h_{i,t-1}$ от $h_{i,t-2}$ означает, что $h_{i,t}$ будет зависеть от s_{t-2} и т.д. Следовательно, условная дисперсия в момент времени t фактически определяется реализацией $(s_t, s_{t-1}, \dots, s_1)$, которая может принимать 2^t возможных значений. Такое свойство «зависимости от пути» приводит к очень сложной модели с плохо интерпретируемыми оценками. Грау (1996) обходит эту проблему, постулируя, что $h_{i,t}$ зависит от $h_t = \mathbb{E}[z_t^2 | \Phi_{t-1}]$, взвешенной по сглаживающим вероятностям $\mathbb{P}(s_t = i | \Phi_{t-1})$ суммы $h_{i,t}$. Таким образом, $z_t = \sqrt{h_{i,t}}\varepsilon_t$, где

$$h_{i,t} = c_i + \sum_{j=1}^q a_{i,j} z_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q b_{i,j} h_{t-j}, \quad i = 0, 1, \\ h_t = h_{0,t} \mathbb{P}(s_t = 0 | \Phi_{t-1}) + h_{1,t} \mathbb{P}(s_t = 1 | \Phi_{t-1}). \quad (20)$$

Замечательным свойством (20) является то, что $h_{i,t}$ больше не зависит от пути в силу того, что как $h_{0,t-j}$, так и $h_{1,t-j}$ теперь формируют h_{t-j} . Таким образом, эту модель можно применять, не рассматривая всевозможные траектории (s_t, \dots, s_1) .

Модель Грея легко обобщается на случай переключений в условном среднем и условной дисперсии. Обозначим за $\mu_{i,t}$ условное среднее $\mathbb{E}[z_t | s_t = i, \Phi_{t-1}]$ и запишем

$$z_t = \mu_{i,t} + v_{i,t}, \quad v_{i,t} = \sqrt{h_{i,t}}\varepsilon_t, \\ h_{i,t} = c_i + \sum_{j=1}^q a_{i,j} v_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q b_{i,j} h_{t-j}. \quad (21)$$

Необходимо вычислить две взвешенные суммы

$$h_t = \mathbb{E}[z_t^2 | \Phi_{t-1}] - \mathbb{E}[z_t | \Phi_{t-1}]^2, \quad v_t = z_t - \mathbb{E}[z_t | \Phi_{t-1}],$$

где $\mathbb{E}[z_t | \Phi_{t-1}]$ и $\mathbb{E}[z_t^2 | \Phi_{t-1}]$ вычисляются следующим образом:

$$\mathbb{E}[z_t | \Phi_{t-1}] = \mu_{0,t} \mathbb{P}(s_t = 0 | \Phi_{t-1}) + \mu_{1,t} \mathbb{P}(s_t = 1 | \Phi_{t-1}), \\ \mathbb{E}[z_t^2 | \Phi_{t-1}] = (\mu_{0,t}^2 + h_{0,t}) \mathbb{P}(s_t = 0 | \Phi_{t-1}) + (\mu_{1,t}^2 + h_{1,t}) \mathbb{P}(s_t = 1 | \Phi_{t-1}).$$

При такой спецификации ни h_t , ни v_t не зависят от пути.

Пусть переменная состояния может принимать $k > 2$ значений. Обозначим за M_t вектор, i -ая компонента которого $\mu_{i,t}$, за H_t вектор, i -ая компонента которого $h_{i,t}$, и за $\Xi_{t|t-1}$ вектор, i -ая компонента которого равна вероятности предсказания $\mathbb{P}(s_t = i | \Phi_{t-1})$. Как и в модели с двумя состояниями, условные средние и условные дисперсии в разных состояниях можно скомбинировать следующим образом:

$$\begin{aligned} h_t &= (M_t \odot M_t + H_t)' \Xi_{t|t-1} - (M_t' \Xi_{t|t-1})^2, \\ v_t &= z_t - M_t' \Xi_{t|t-1}, \end{aligned}$$

где символ \odot обозначает поэлементное произведение.

По сравнению с моделями Cai (1994) и Hamilton & Susmel (1994), GARCH-модель с переключениями работы Gray (1996) позволяет сдвигаться всем GARCH-параметрам и не накладывает на них никаких ограничений. Поэтому модель Грея намного более гибкая, чем модель Каи и SWARCH. Модель Грея можно оценить с помощью метода, изложенного в разделе 3; см. Gray (1996) и Lin, Hung & Kuan (2002). Заметим, что на практике вместо предположения об условной нормальности можно постулировать $\varepsilon_t \sim iid$ с распределением $t(n)$, где n — количество степеней свободы. Такая спецификация позволяет моделировать менее гладкое поведение условной дисперсии.

9 Эмпирика: исследование тайваньских краткосрочных процентных ставок

В настоящем разделе мы исследуем поведение краткосрочных процентных ставок в Тайване. Хорошо известно, что тайваньские краткосрочные процентные ставки находятся под тщательным присмотром и контролем Центрального банка. Вообще говоря, Центральный банк позволяет ставкам свободно колебаться в определённом диапазоне. Когда ставки резко растут в ответ на сильный политический или экономический шок, Центральный банк обычно прибегает к интервенциям, чтобы восстановить стабильность ставок. Учитывая это, разумно предполагать, что тайваньские процентные ставки могут по-разному вести себя в разные периоды времени. Это наблюдение мотивирует применение модели Gray (1996).

Обозначим процентную ставку за r_t . Основной моделью для Δr_t является

$$\Delta r_t = \alpha_0 + \beta_0 r_{t-1} + v_t, \quad (22)$$

где v_t обычно моделируется GARCH(1,1)-процессом: $v_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$ с

$$h_t = c_0 + a_0 v_{t-1}^2 + b_0 h_{t-1}; \quad (23)$$

см., например, Chan, Karolyi, Longstaff & Sanders (1992). Обозначим за μ долгосрочный уровень r_t , $\alpha_0 = \rho\mu$ и $\beta_0 = -\rho$. Тогда уравнение (22) можно переписать как

$$\Delta r_t = \rho(\mu - r_{t-1}) + v_t.$$

Если $\rho > 0$ (т.е. $\beta_0 < 0$), то Δr_t положительна (отрицательна) при r_{t-1} меньшем (большем), чем долгосрочный уровень. В этом случае r_t будет корректироваться по направлению к долгосрочному уровню, т.е. характеризоваться возвращением к среднему. Оценивание (22) позволяет исследовать свойство возвращения к среднему с помощью знака коэффициента β_0 . Отношение оценок α_0 и β_0 тогда является оценкой долгосрочного уровня μ . Постулированная GARCH-модель (23) используется, как обычно, для характеристики волатильности Δr_t .

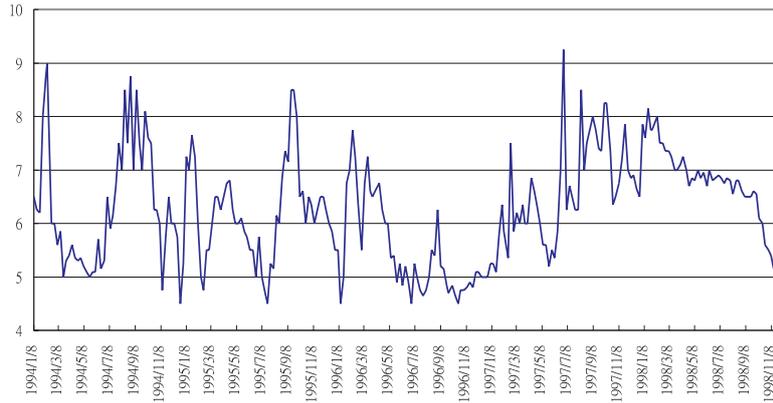


Рис. 6: Недельные процентные ставки r_t : январь 1994 г. — декабрь 1998 г.

Для включения возможности переключения режимов мы следуем работе Gray (1996) и специфицируем

$$\Delta r_t = \alpha_i + \beta_i r_{t-1} + v_{i,t}, \quad i = 0, 1, \quad (24)$$

и $v_{i,t} = \sqrt{h_{i,t}} \varepsilon_t$, где

$$h_{i,t} = c_i + a_i v_{i,t-1}^2 + b_i h_{t-1}, \quad i = 0, 1. \quad (25)$$

Gray (1996) также включает дополнительный член $\omega_i r_{t-1}^{\tau_i}$ в уравнение (25), чтобы отразить эффект уровня. Мы, однако, не рассматриваем эту возможность в рамках настоящего эссе.

Мы исследуем рыночные ставки 30-дневных коммерческих бумаг на денежном рынке. Мы выбрали эти данные, так как коммерческие бумаги активно торгуются и адекватно отражают краткосрочные процентные ставки. Средние недельные процентные ставки вычисляются из дневных данных базы TEJ (Тайваньского экономического журнала, Taiwan Economic Journal). Всего имеется 258 наблюдений с 04.01.1994 до 07.12.1998. За этот период времени Тайвань пережил несколько значительных шоков; исчерпывающий список этих событий можно найти в работе Lin, Hung & Kuan (2002). Наше исследование позволяет оценить реакцию рынка на различные шоки. Мы строим графики r_t и Δr_t на Рис. 6 и Рис. 7 соответственно. Приведём некоторые описательные статистики Δr_t : выборочное среднее $-0,0055\%$, стандартное отклонение $0,441$, коэффициент асимметрии $-0,8951$, и куртозис $4,2229$. Выборочный коэффициент корреляции Δr_t и r_{t-1} равен $-0,3087$, что свидетельствует в пользу возвращения к среднему для r_t .

Мы рассматриваем три случая: (i) модель (22) со стандартными GARCH(1,1)-ошибками (23); (ii) модель (22) с переключающимися GARCH(1,1)-ошибками (25); (iii) модель переключающегося среднего (24) с переключающимися GARCH(1,1)-ошибками (25). Все модели оцениваются в предположении $\varepsilon_t \sim iid \mathcal{N}(0, 1)$. Так как для случая (ii) мы получили множество незначимых оценок, мы приводим только оценки для специального случая (25):

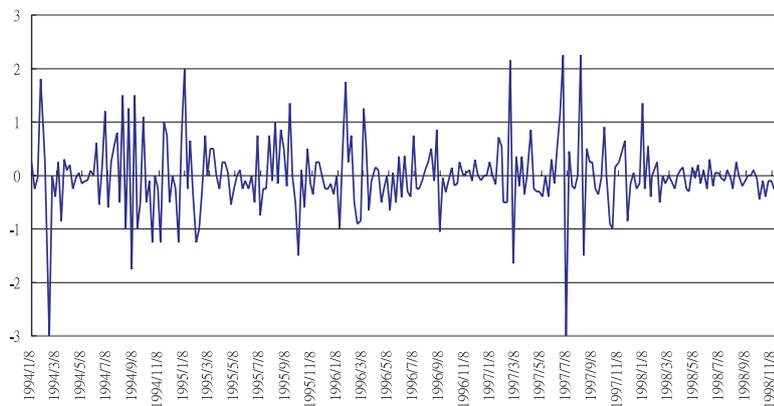
$$\begin{aligned} h_{0,t} &= c_0 + a_0 v_{t-1}^2 + b_0 h_{t-1}, \\ h_{1,t} &= b_1 h_{t-1}. \end{aligned}$$

Аналогичным образом, мы приводим только результаты для случая (iii) следующего вида:

$$\begin{aligned} h_{0,t} &= c_0 + a_0 v_{t-1}^2, \\ h_{1,t} &= c_1 + b_1 h_{t-1}. \end{aligned}$$

Таблица 3: Результаты оценивания двумерной модели с марковскими переключениями для роста ВВП и занятости

Модель	Нет переключений среднего и дисперсии		Нет переключения среднего. Переключение дисперсии		Переключения среднего и дисперсии	
	Оценка	t -статистика	Оценка	t -статистика	Оценка	t -статистика
α_0	0,5737	3,42	0,3989	3,09	2,3356	4,05
α_1	—	—	—	—	0,2566	1,81
β_0	-0,0923	-3,46	-0,0721	-3,49	-0,3505	-4,13
β_1	—	—	—	—	-0,0507	-2,25
c_0	0,0155	1,70	0,5450	2,11	0,6699	3,57
c_1	—	—	—	—	0,0056	0,41
a_0	0,3540	4,60	0,1143	1,17	0,0820	0,54
a_1	—	—	—	—	—	—
b_0	0,6756	13,57	0,3821	0,80	—	—
b_1	—	—	0,2363	2,73	0,2175	2,99
p_{00}	—	—	0,8660	13,26	0,8891	19,38
p_{11}	—	—	0,8827	20,73	0,9052	27,50
AIC	442,45		394,73		382,25	
SIC	460,22		422,15		417,78	

Рис. 7: Первые разности процентных ставок Δr_t : январь 1994 г. — декабрь 1998 г.

В таблице 3 представлены результаты оценивания из работы Lin, Hung & Kuan (2002). Сглаживающие вероятности события $s_t = 0$ и оценённые условные дисперсии для случая (iii) построены на Рис. 8 и Рис. 9 соответственно.

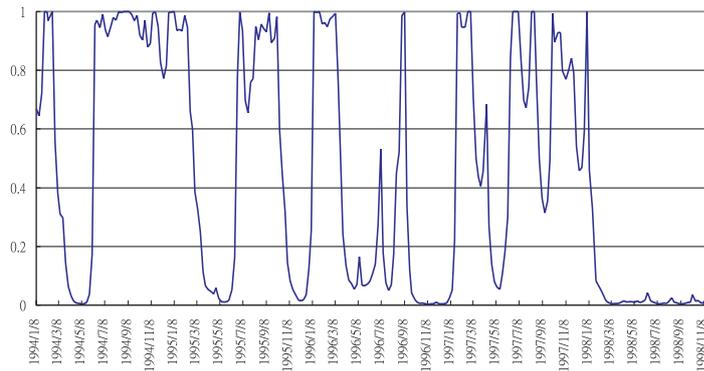
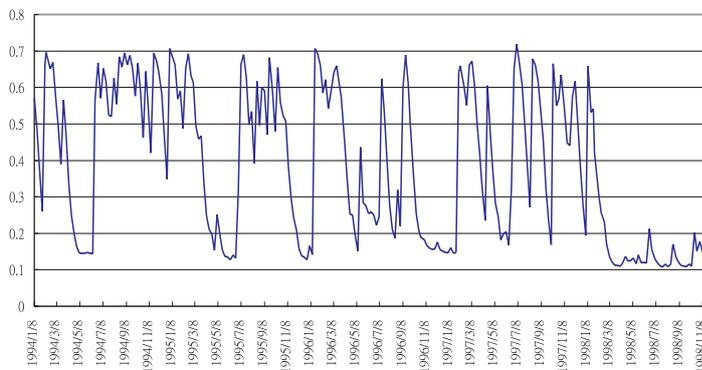
Из таблицы 3 можно видеть, что как AIC, так и SIC увеличиваются для моделей с переключением режимов. Для случая (iii) статистика работы Hansen (1992, 1996a) равна 3,257, т.е. гипотеза об отсутствии переключения отвергается на 1%-ом уровне значимости. Для случаев (ii) и (iii) обе переходные вероятности сильно значимы. Вальдовские статистики теста на независимость состояний равны 59,53 для случая (ii) и 140,39 для случая (iii), т.е. значимы на любом уровне значимости. Эти результаты свидетельствуют в пользу модели с марковскими переключениями. Можно сделать также следующие наблюдения.

1. Все модели приводят к отрицательным оценкам β и значит характеризуются возвращением к среднему. Для случая (iii) величина оценки β_0 намного больше, чем β_1 , что свидетельствует о большей скорости коррекции в состоянии 0. Когда переключений в среднем не происходит, как в случае (i) и (ii), величина оценённой β мала и близка к β_1 из случая (iii).
2. Для случая (iii) оценённые долгосрочные уровни в состояниях 0 и 1 равны 6,6% и 5% соответственно, тогда как они принимают значения 6,2% для случая (i) и 5,53% для случая (ii).
3. Мы видим, что волатильность IGARCH персистентна для случая (i), но не для моделей (ii) и (iii), когда условная дисперсия может переключаться. Это наблюдение аналогично в работе Gray (1996). Также GARCH-параметры в различных режимах не кажутся пропорциональными, что противоречит предположениям Hamilton & Susmel (1994).
4. Результаты оценивания модели (iii) показывают, что $h_{0,t}$ приблизительно постоянно (т.е. возможна условная гомоскедастичность) и $h_{1,t}$ преимущественно определяются величинами h_{t-1} (т.е. возможно наличие только GARCH-эффекта). Такой паттерн волатильности довольно сильно отличается от закономерностей в работе Gray (1996).

Учитывая результаты оценивания модели (iii), состояние 0 можно интерпретировать как режим большого долгосрочного уровня с высокой скоростью коррекции и высоким уровне непersistентной волатильности. Напротив, состояние 1 характеризуется низким долгосрочным уровнем с очень медленной коррекцией и низким уровнем волатильности с быстро убывающим GARCH-эффектом. Одно из возможных объяснений этого результата в том, что когда краткосрочные ставки находятся в режиме высокого долгосрочного уровня, интервенции Центрального банка успешно подавляют их волатильность, так что не наблюдается ни ARCH-, ни GARCH-эффектов. Без интервенций в другом режиме процентные ставки характеризуются GARCH-эффектом, хотя кластеризация волатильности может длиться только очень непродолжительный период времени.

10 Заключительные замечания

В настоящем эссе рассмотрены модели с марковскими переключениями для условного среднего и условной дисперсии. Хотя эти модели уже хорошо известны в научной литературе, их исследование очень перспективно. Помимо эмпирических приложений этих моделей, есть пространство для получения теоретических результатов. В разделе 4.1 и приложения В можно видеть, что тест Хансена не вполне удовлетворителен в силу своей консервативности и вычислительной сложности. Необходим более простой и точный тест для моделей с марковскими переключениями. Если он будет получен, такой тест можно будет применять для других моделей с неидентифицируемыми мешающими параметрами. Вывод такого теста

Рис. 8: Оценённые сглаживающие вероятности состояния $s_t = 0$.Рис. 9: Оценённые условные дисперсии h_t .

безусловно станет важным вкладом в эконометрическую науку. Более того, определяющей чертой моделей с марковскими переключениями является собственно механизм марковско-го переключения. Этот механизм можно использовать в других моделях и приложениях. Работа в этом направлении может привести к интересным и полезным результатам.

Приложение А: оценивание модели

В настоящем приложении мы рассматриваем QML-оценивание модели (5). Пусть $\tilde{z}_t = z_t - \alpha_0 - \alpha_1 s_t$. Тогда модель (5) переписывается в виде

$$\tilde{z}_t = \beta_1 \tilde{z}_{t-1} + \dots + \beta_k \tilde{z}_{t-k} + \varepsilon_t.$$

Определим сначала новую переменную состояния $s_t^* = 1, 2, \dots, 2^{k+1}$ так, что каждое из этих значений соответствует конкретной реализации $(s_t, s_{t-1}, \dots, s_{t-k})$. Например, при $k = 2$

$$\begin{aligned} s_t^* &= 1 \text{ если } s_t = s_{t-1} = s_{t-2} = 0, \\ s_t^* &= 2 \text{ если } s_t = 0, s_{t-1} = 0 \text{ и } s_{t-2} = 1, \\ s_t^* &= 3 \text{ если } s_t = 0, s_{t-1} = 1 \text{ и } s_{t-2} = 0, \\ &\vdots \\ s_t^* &= 8 \text{ если } s_t = s_{t-1} = s_{t-2} = 1. \end{aligned}$$

Легко видеть, что s_t^* является марковской цепью первого порядка. Мы можем расположить значения s_t^* так, чтобы матрица перехода \mathbf{P} имела вид

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{00} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{10} \\ \mathbf{P}_{01} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{11} \end{pmatrix},$$

где \mathbf{P}_{ji} ($j, i = 0, 1$) — блочно-диагональные матрицы размера $2^{k-1} \times 2^k$:

$$\mathbf{P}_{ji} = \begin{pmatrix} p_{ji} & p_{ji} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{ji} & p_{ji} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & p_{ji} & p_{ji} \end{pmatrix}.$$

Пусть $\boldsymbol{\xi}_{t,i} = (\tilde{z}_t, \dots, \tilde{z}_{t-k})'$, где значения $\tilde{z}_t, \dots, \tilde{z}_{t-k}$ зависят от реализации (s_t, \dots, s_{t-k}) , и эта реализация такова, что $s_t^* = i$, $i = 1, 2, \dots, 2^{k+1}$. Для $\mathbf{b} = (1, -\beta_1, \dots, -\beta_k)'$ имеем

$$\mathbf{b}'\boldsymbol{\xi}_{t,i} = \tilde{z}_t - \beta_1\tilde{z}_{t-1} - \cdots - \beta_k\tilde{z}_{t-k}.$$

При $k = 2$ и $i = 3$, например, реализация $(s_t, s_{t-1}, s_{t-2}) = (0, 1, 0)$, поэтому

$$\mathbf{b}'\boldsymbol{\xi}_{t,i} = (z_t - \alpha_0) - \beta_1(z_{t-1} - \alpha_0 - \alpha_1) - \beta_2(z_{t-2} - \alpha_0).$$

В предположении о нормальности плотность z_t условно на $s_t^* = i$ и \mathcal{Z}^{t-1} равна

$$f(z_t | s_t^* = i, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} \exp \left\{ -\frac{(\mathbf{b}'\boldsymbol{\xi}_{t,i})^2}{2\sigma_\varepsilon^2} \right\}, \quad (26)$$

где $i = 1, 2, \dots, 2^{k+1}$ и $\boldsymbol{\theta} = (\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \dots, \beta_k, \sigma_\varepsilon, p_{00}, p_{11})'$.

Нижеприведённые выкладки аналогичны рассуждениям в разделе 3.1. При известных $\mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})$ плотность z_t условно на \mathcal{Z}^{t-1} может быть записана с учётом (26) как

$$f(z_t | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{2^{k+1}} \mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) f(z_t | s_t^* = i, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}). \quad (27)$$

Чтобы вычислить вероятности фильтрации $\mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})$, заметим, что

$$\mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta}) f(z_t | s_t^* = i, \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})}{f(z_t | \mathcal{Z}^{t-1}; \boldsymbol{\theta})}, \quad (28)$$

а (j, i) -ый элемент матрицы \mathbf{P}^* равен

$$p_{ji}^* = \mathbb{P}(s_t^* = i | s_{t-1}^* = j) = \mathbb{P}(s_t^* = i | s_{t-1}^* = j, \mathcal{Z}^t)$$

в силу марковского свойства. Следовательно,

$$\mathbb{P}(s_{t+1}^* = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^{2^{k+1}} p_{ji}^* \mathbb{P}(s_t^* = j | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}). \quad (29)$$

Таким образом, мы можем проитерировать уравнения (26)–(29) с начальными значениями $\mathbb{P}(s_k^* = i | \mathcal{Z}^{k-1}; \boldsymbol{\theta})$ для получения $\mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta})$ для $t = k + 1, \dots, T$. Логарифмическую

функцию квазиправдоподобия можно построить с учётом (27), откуда находится QMLE-оценка.

Далее, для любого t вероятность фильтрации s_t равна

$$\mathbb{P}(s_t = 1 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = \sum \mathbb{P}(s_t^* = i | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}),$$

где суммирование ведётся по индексам i , соответствующим состоянию $s_t = 1$, и

$$\mathbb{P}(s_t = 0 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}) = 1 - \mathbb{P}(s_t = 1 | \mathcal{Z}^t; \boldsymbol{\theta}).$$

Начальные значения $\mathbb{P}(s_k^* = i | \mathcal{Z}^{k-1}; \boldsymbol{\theta})$ мы можем положить равными их предельным безусловным аналогам: $(2^{k+1} + 1)$ -ый столбец матрицы $(\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}'$, где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{P}^* \\ \mathbf{1}' \end{pmatrix},$$

с единичной матрицей \mathbf{I} и столбцом $\mathbf{1}$ из 2^{k+1} единиц.

Приложение В: вычисление статистики Хансена (15)

В данном приложении мы обсуждаем некоторые вычислительные проблемы при подсчёте статистики Хансена (15). Чтобы вычислить концентрированную QMLE-оценку, необходимо максимизировать концентрированную логарифмическую функцию квазиправдоподобия для каждого значения $\boldsymbol{\gamma}$. Заметим, что p_{00} и p_{11} в векторе $\boldsymbol{\gamma}$ могут принимать любые значения из отрезка $[0, 1]$, и значит α_1 может быть любым действительным числом. На практике рассматривается только конечный набор значений для $\boldsymbol{\gamma}$. В пространстве параметров формируется сетка значений, и концентрированная QMLE-оценка вычисляется только на этой сетке. Например, Hansen (1992) ограничивает значения α_1 интервалом $[0, 2]$ и формирует сетку из 20 точек: $0,1; 0,2; \dots; 2$, а его Сетка 3 для p_{00} (и p_{11}) содержит 8 точек: $0,12; 0,23; \dots; 0,89$. Всего получается $1280 (= 8 \cdot 8 \cdot 20)$ точек для $\boldsymbol{\gamma}$, так что необходимо будет провести 1280 процедур оптимизации. Это очень затратно с вычислительной точки зрения; более мелкая сетка, конечно, потребует ещё более интенсивных вычислений.

Hansen (1992, 1996a) предлагает использовать симуляции для распределения $\sup_{\boldsymbol{\gamma}} Q^*(\boldsymbol{\gamma})$, где $Q^*(\boldsymbol{\gamma})$ — гауссовский процесс с нулевым средним и ковариационной матрицей $K^*(\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2)$. Обозначим за $\hat{K}(\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2)$ состоятельную оценку $K^*(\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2)$; точные выражения для \hat{K} можно найти в работе Hansen (1996a). Теперь можно последовательно генерировать гауссовские процессы с ковариационными функциями $\hat{K}(\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2)$. Так как гауссовские процессы полностью определяются ковариационной функцией, точная верхняя грань каждого сгенерированного процесса имеет приблизительно такое же распределение, как $\sup_{\boldsymbol{\gamma}} Q^*(\boldsymbol{\gamma})$. Эти значения точных верхних граней совместно формирует симулированное распределение $\sup_{\boldsymbol{\gamma}} Q^*(\boldsymbol{\gamma})$, откуда можно получить критические и p -значения статистики Хансена. Следуя этой логике, Hansen (1996a) предлагает сгенерировать выборку из $iid \mathcal{N}(0, 1)$ -случайных величин $\{u_1, \dots, u_{T+M}\}$ и вычислить

$$\frac{\sum_{j=0}^M \sum_{t=1}^T q_t \left(\boldsymbol{\gamma}, \hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\gamma}) \right) u_{t+k}}{\sqrt{1 + M\hat{V}_T(\boldsymbol{\gamma})}},$$

где $\boldsymbol{\gamma}$ принимает значения на сетке (обсуждено в предыдущем параграфе), а q_t — слагаемые $Q_T(\boldsymbol{\gamma})$. Тогда условно на данных, по которым оценивается модель, сгенерированный таким образом процесс имеет нулевое среднее и точную ковариационную функцию $\hat{K}^*(\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2)$. А это в точности нужный нам процесс.

Список литературы

- Albert, J. & S. Chib (1993). Bayesian inference via Gibbs sampling of autoregressive time series subject to Markov mean and variance shifts. *Journal of Business & Economic Statistics* 11, 1–15.
- Andrews, D.W.K. (1991). An empirical process central limit theorem for dependent non-identically distributed random variables. *Journal of Multivariate Analysis* 38, 187–203.
- Andrews, D.W.K. (1993). Tests for parameter instability and structural change with unknown change points. *Econometrica* 61, 821–856.
- Bai, J. (1999). Likelihood ratio tests for multiple structural changes. *Journal of Econometrics* 91, 299–323.
- Bai, J. & P. Perron (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes. *Econometrica* 66, 47–78.
- Blanchard, O.J. & D. Quah (1989). The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbance. *American Economic Review* 79, 655–673.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31, 307–327.
- Cai, J. (1994). A Markov model of switching-regime ARCH, *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 309–316.
- Casella, G. & E. George (1992). Explaining the Gibbs sample. *American Statistician* 46, 167–174.
- Chan, K.C., G.A. Karolyi, F.A. Longstaff & A.B. Sanders (1992). An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate. *Journal of Finance* 47, 1209–1227.
- Chen, S.-W. & J.-L. Lin (1999). Switching ARCH models of stock market volatility in Taiwan. *Advances in Pacific Basin Business, Economics, and Finance* 4, 1–21.
- Chen, S.-W. & J.-L. Lin (2000a). Modeling business cycles in Taiwan with time-varying Markov-switching models. *Academia Economic Papers* 28, 17–42.
- Chen, S.-W. & J.-L. Lin (2000b). Identifying turning points and business cycles in Taiwan: A multivariate dynamic Markov-switching factor model approach. *Academia Economic Papers* 28, 289–320.
- Chib, S. & E. Greenberg (1996). Markov chain Monte Carlo simulation methods in econometrics. *Econometric Theory* 12, 409–431.
- Davies, R.B. (1977). Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative. *Biometrika* 64, 247–254.
- Davies, R.B. (1987). Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative. *Biometrika* 74, 33–43.
- Diebold, F.X., J.-H. Lee & G.C. Weinbach (1994). Regime switching with time-varying transition probabilities. Глава в *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, под редакцией С. Hargreaves, стр. 283–302. Oxford: Oxford University Press.
- Diebold, F.X. & G.D. Rudebusch (1996). Measuring business cycles: A modern perspective. *Review of Economics and Statistics* 78, 67–77.
- Dueker, M.J. (1997). Markov switching in GARCH processes and mean-reverting stock market volatility. *Journal of Business & Economic Statistics* 15, 26–34.
- Durland, J.M. & T.H. McCurdy (1994). Duration-dependent transitions in a Markov model of U.S. GNP growth. *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 279–288.
- Engel, C. (1994). Can the Markov switching model forecast exchange rates?. *Journal of International Economics* 36, 151–165.
- Engel, C. & J.D. Hamilton (1990). Long swings in the dollar: Are they in the data and do markets know it? *American Economic Review* 80, 689–713.
- Engle, R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* 50, 987–1007.
- Filardo, A.J. (1994). Business-cycle phases and their transitional dynamics. *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 299–308.
- Filardo, A.J. & S.F. Gordon (1998). Business cycle durations. *Journal of Econometrics* 85, 99–123.

- Garcia, R. (1998). Asymptotic null distribution of the likelihood ratio test in Markov switching model. *International Economic Review* 39, 763–788.
- Garcia, R. & P. Perron (1996). An analysis of the real interest rate under regime shifts. *Review of Economics and Statistics* 78, 111–125.
- Gelfand, A.E. & A. F. M. Smith (1990). Sampling-based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association* 85, 398–409.
- Ghysels, E. (1994). On the periodic structure of the business cycle. *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 289–298.
- Goldfeld, S.M. & R.E. Quandt (1973). A Markov model for switching regressions. *Journal of Econometrics* 1, 3–16.
- Goodwin, T.H. (1993). Business-cycle analysis with a Markov switching model. *Journal of Business & Economic Statistics* 11, 331–339.
- Granger, C.W.J. & T. Teräsvirta (1993). *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. New York: Oxford University Press.
- Gray, S.F. (1996). Modeling the conditional distribution of interest rates as a regime-switching process. *Journal of Financial Economics* 42, 27–62.
- Hamilton, J.D. (1988). Rational-expectations econometric analysis of changes in regimes: An investigation of the term structure of interest rates. *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 385–423.
- Hamilton, J.D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica* 57, 357–384.
- Hamilton, J.D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics* 45, 39–70.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton University Press.
- Hamilton, J.D. (1996). Specification testing in Markov-switching time series models. *Journal of Econometrics* 70, 127–157.
- Hamilton, J.D. & G. Lin (1996). Stock market volatility and the business cycle. *Journal of Applied Econometrics* 11, 573–593.
- Hamilton, J.D. & R. Susmel (1994). Autoregressive conditional heteroscedasticity and changes in regime. *Journal of Econometrics* 64, 307–333.
- Hansen, B.E. (1992). The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the Markov switching model of GNP. *Journal of Applied Econometrics* 7, S61–S82.
- Hansen, B.E. (1996a). Erratum: The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the Markov switching model of GNP. *Journal of Applied Econometrics* 11, 195–198.
- Hansen, B.E. (1996b). Inference when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis. *Econometrica* 64, 413–430.
- Harvey, A.C., E. Ruiz & N. Shephard (1994). Multivariate stochastic variance models. *Review of Economic Studies* 61, 247–264.
- Hsu, S.-H. & C.-M. Kuan (2001). Identifying Taiwan's business cycles in 1990s: An application of the bivariate Markov switching model and Gibbs sampling (in Chinese). *Journal of Social Sciences and Philosophy* 13, 515–540.
- Huang, C.H. (1999). Phases and characteristics of Taiwan business cycles: A Markov switching analysis. *Taiwan Economic Review* 27, 185–214.
- Huang, Y.-L., C.-M. Kuan & K. S. Lin (1998). Identifying the turning points of business cycles and forecasting real GNP growth rates in Taiwan (in Chinese). *Taiwan Economic Review* 26, 431–457.
- Jacquier, E., N.G. Polson & P. Rossi (1994). Bayesian analysis of stochastic volatility models (with discussion). *Journal of Business & Economic Statistics* 12, 371–417.
- Kim, C.J. (1994). Dynamic linear models with Markov-switching. *Journal of Econometrics* 60, 1–22.
- Kim, C.J. & C.R. Nelson (1998). Business cycle turning points, a new coincident index, and tests of duration dependence based on a dynamic factor model with regime switching. *Review of Economics and Statistics* 80, 188–201.
- Kim, C.J. & C.R. Nelson (1999). *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibbs Sampling Approaches with Applications*. Cambridge: MIT Press.

- Kim, M.-J. & J.-S. Yoo (1995). New index of coincident indicators: A multivariate Markov switching factor model approach. *Journal of Monetary Economics* 36, 607–630.
- Kuan, C.-M. & H. White (1994). Artificial neural networks: An econometric perspective (with reply). *Econometric Reviews* 13, 1–91 & 139–143.
- Lam, P.S. (1990). The Hamilton model with a general autoregressive component. *Journal of Monetary Economics* 26, 409–432.
- Lamoureux, C.G. & W.D. Lastrapes (1990). Persistence in variance, structural change and the GARCH model. *Journal of Business & Economic Statistics* 8, 225–234.
- Lin, C.-C., M.-W. Hung & C.-M. Kuan (2002). The dynamic behavior of short term interest rates in Taiwan: An application of the regime switching model (in Chinese). *Academia Economic Papers* 30, 29–55.
- Lucas, R.E. (1977). *Understanding business cycles* in K. Brunner & A. Metzler (eds.), *Stabilization of the Domestic and International Economy*, 7–29, Carnegie–Rochester series on Public Policy 5.
- McCulloch, R.E. & R.S. Tsay (1994). Statistical analysis of economic time series via Markov switching models. *Journal of Time Series Analysis* 15, 523–539.
- Melino, A. & S.M. Turnbull (1990). Pricing foreign currency options with stochastic volatility. *Journal of Econometrics* 45, 239–265.
- Quandt, R.E. (1972). A new approach to estimating switching regressions. *Journal of the American Statistical Association* 67, 306–310.
- Ramchand, L. & R. Susmel (1998). Volatility and cross correlation across major stock markets. *Journal of Empirical Finance* 5, 397–416.
- Rau, H.-H., H.-W. Lin & M.-Y. Li (2001). *Examining Taiwan's business cycle via two-period MS Models* (in Chinese). *Academia Economic Papers* 29, 297–319.
- Schaller, H. & S. van Norden (1997). Regime switching in stock market returns. *Applied Financial Economics* 7, 177–191.
- So, M.K.P., K. Lam & W.K. Li (1998). A stochastic volatility model with Markov switching. *Journal of Business & Economic Statistics* 16, 244–253.
- Sola, M. & J. Driffill (1994). Testing the term structure of interest rates using a stationary vector autoregression with regime switching. *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, 601–628.
- Tanner, M. & W.H. Wong (1987). The calculation of posterior distributions by data augmentation. *Journal of the American Statistical Association* 82, 528–550.
- Tong, H. (1990). *Non-linear Time Series: A Dynamical System Approach*. New York: Oxford University Press.

Markov switching model

Chung-Ming Kuan

Academia Sinica, Taipei, Taiwan

We discuss the Markov switching model, one of most popular nonlinear time series models. This model involves switching between multiple structures that characterize different time series behaviors in different regimes, the switching mechanism being controlled by an unobservable variable that follows a Markov chain process. We introduce a simple Markov switching model of conditional mean and describe its generalizations, study estimation methods, discuss how to conduct hypothesis testing, and elaborate on two empirical examples.

Статьи: эконометрика отраслевой организации

Эмпирический анализ несовершенной конкуренции на рынке риса в Азиатско-тихоокеанском регионе*

Андрей Липин[†]

Евразийская экономическая комиссия, Москва, Россия

Повторяющиеся взаимодействия игроков свойственны многим реальным рынкам. Если это дополняется гарантированным рынком сбыта и наличием доминирующих игроков, то создаются естественные предпосылки для координации действий. Экономическая теория говорит, что снижение степени конкуренции вплоть до картеля может дать более высокую прибыльность. Однако координация на подобных рынках может чередоваться с конкуренцией и ценовыми войнами. Наблюдаемые цены риса у основных азиатских экспортеров демонстрируют близкую динамику, что предполагает согласованность их действий. Однако насколько это поведение близко к картельному — вопрос открытый. Используя месячные данные по экспортным продажам риса с 1997 г., данное исследование изучает степень несовершенной конкуренции и возможности сговора. Оценивание проводится с помощью обобщенного метода моментов.

Ключевые слова: картельный сговор, ценовая война, повторяющиеся игры, непрерывные стратегии, рисовый рынок

Классификация JEL: C36, D43, L13, Q11, Q17

1 Введение

Рынки, далекие от совершенной конкуренции — монополистические и олигополистические — составляют большую часть реальной конкурентной среды. Поэтому вопросы, стоящие перед исследователями, часто заключаются не столько в выявлении несовершенной конкуренции — она естественна для реальных рынков, но в выявлении степени ее несовершенства и наличия сговора между участниками рынка.

В данной работе изучаются степень несовершенства конкуренции и возможность сговора на рынке риса в Азиатско-тихоокеанском регионе (АТР). Рынок олигополен, и крупнейшие экспортеры риса, используя рыночную власть, могут получать дополнительные конкурентные преимущества. Актуальность работы повышается тем, что в АТР рис — традиционно основной продукт питания, и ценообразование критично для бедных слоев населения в большинстве стран или целых стран, таких как Бангладеш.

Качественный анализ исследуемого рынка говорит о том, что конкуренция — ценовая, участники наблюдают неточную информацию о функционировании рынка, структурные параметры также неизвестны. Исходя из их текущего взаимодействия, несовершенство конкуренции предполагается только на одной стороне рынка — стороне предложения, в то время как сторона спроса предполагается конкурентной. Подходящий тип из существующих моделей выявления сговора (см. обзор в Slade, 1990) — т.н. «модель выявления». Участники

*Работа основана на магистерской диссертации, защищенной в РЭШ в 2012 г. Цитировать как: Липин, Андрей (2013). «Эмпирический анализ несовершенной конкуренции на рынке риса в Азиатско-тихоокеанском регионе», Квантиль, №11, стр. 41–59. Citation: Lipin, Andrey (2013). “Empirical analysis of imperfect competition in the rice market in the Asia-Pacific region,” *Quantile*, No.11, pp. 41–59.

[†]Адрес: 119121, Москва, Смоленский бульвар, дом 3/5. Электронная почта: alipin83@gmail.com

рынка наблюдают зашумленные сигналы, характеризующие рынок, а при изменении параметров рынка (случайные шоки или нарушения договоренностей) участники запускают механизм наказания, т.к. не знают истинную причину изменения поведения контрагентов. Поэтому ценовые войны, кроме прочего, используются в качестве информационного инструмента, дающего понимание того, как изменились условия игры. Коммуникация картелей осуществляется с помощью байесовского механизма ценообразования (Slade, 1987 и Slade, 1989).

В рамках анализа сравнивается однопериодное взаимодействие участников по Нэшу–Бертрану с многопериодным (суперигра), позволяющим выявить сговор. Однопериодная игра является конструктивным блоком повторяющейся игры. В текущей постановке существует континуум совершенных в подыграх (subgame perfect) равновесий и поддерживающих их стратегий наказания. Мы ограничимся марковскими стратегиями участников, т.к. это не противоречит действительности — участники используют наиболее актуальную информацию о поведении конкурентов.

Поведение участников будет моделироваться двояко. Первый тип поведения — это жесткая реакция наказания через резкое снижение цен. Второй тип поведения — плавная реакция участников на предыдущие действия конкурентов, которая ведет к небольшим наказаниям при небольших отклонениях от картельных цен. Оба типа поведения верифицируются в рамках специального теста.

В работе дополнительно рассматривается устойчивость сговора от набора факторов, определяющих поведение участников в повторяющихся играх. Из теории игр известно, что степень сговора может определяться величиной дисконтирующего множителя в суперигре. В первую очередь это касается ряда т.н. «народных теорем». В равновесии — чем больше дисконт, тем больше может быть равновесная цена. Как следствие эти выводы легко распространяются на факторы, определяющие дисконт, в первую очередь на ставку процента. Однако большая часть прикладных работ, посвященных выявлению картельных сговоров, игнорирует факторы поддержки как процентными ставками в частности, так и дисконтированием в целом. В данной работе сделана попытка оценить это влияние.

К наиболее интересным результатам работы кроме проанализированной структуры рынка и выявленного сговора можно отнести проанализированную U-образную динамику степени сговора во времени — усиление на концах периода и снижение в середине периода.

Структура работы следующая: во 2-й части дан обзор рынка, в 3-й — теоретическая модель, в 4-й части статистически анализируется массив данных, с помощью обобщенного метода моментов (ОММ) оцениваются теоретические положения. В 5-й части оцениваются результаты и даются рекомендации по дальнейшим направлениям исследования. В заключительной 6-й части делаются выводы по результатам проведенных исследований.

2 Азиатский рынок риса

Структура рынка

Мировой экспорт риса растет со средним темпом 3,4% в год. На конец 2011 г. объем рынка оценивается в 32 млн Мт белого риса¹. Как видно из Рис. А.1 в Приложении, практически половина экспорта приходится на Таиланд и Вьетнам. Рассчитанные коэффициенты концентрации на Рис. А.2 демонстрируют, что это действительно так: доля Таиланда — не менее 30%, доля Таиланда и Вьетнама колеблется около 50%, доля Таиланда, Вьетнама, Пакистана и США — более 70%. Это говорит о том, что рынок в значительной степени концентрирован.

¹Здесь и далее в работе объемные показатели будут рассчитываться в эквиваленте шлифованного риса. Используется коэффициент перерасчета из сырого риса в шлифованный — 0,66.

При этом индекс Херфиндаля–Хиршмана невысок — за 15 лет он не вышел из интервала 1500–2000.

Если смотреть на динамику за 15 лет, то однозначно на первом и втором местах находятся Таиланд и Вьетнам, на третьем, четвертом и пятом происходит ротация Индии, Пакистана и США. Например, Индия с третьего места в 2008 г. устойчиво переместилась на пятое вследствие законодательного запрета экспорта белого риса.

В отличие от экспорта, структура импорта риса иная. Доля наиболее крупного традиционного импортера — Филиппин 6% общемирового экспорта в среднем за период. Доля Филиппин и Нигерии — 11%. Доля крупнейших восьми — 36%. Индекс Херфиндаля–Хиршмана почти весь период колеблется в интервале 200–300 (см. Рис. А.3). Исходя из простого сравнительного анализа сторон рынка, можно выдвинуть гипотезу, что сторона предложения может использовать рыночную власть.

Объемы торговли показывают, что мировой рынок риса достаточно стабилен, т.к. рис является основным продуктом питания в Азии. Доля экспорта в общем производстве относительно небольшая — 5–7% от общего объема. Можно отметить, что большие изменения в торговле невозможны как вследствие жесткой структуры потребления, так и того, что рис является сельскохозяйственной культурой со своими периодами посева/сбора урожая.

Сегментация рынка

Рынок риса естественным образом сегментирован, что позволяет усилить гипотезу о наличии несовершенной конкуренции. Среди основных экспортеров можно выделить Таиланд и Вьетнам, рынок которых в основном сосредоточен в странах АТР и Африки.

Причина подобного разделения — качественные характеристики риса. Рынок риса можно разделить на три основных продукта: белый рис, пропаренный рис, ароматный рис. Хотя цена этих видов риса возрастает в данной последовательности, это не линейка продуктов возрастающего качества — это три рынка разных продуктов, использующих различное сырье и разные способы обработки.

Изучение структуры экспорта и производства риса (см. Приложение) позволяет нам анализировать рынок риса, как рынок практически сегментированного дифференцированного продукта. Основные экспортеры — Таиланд и Вьетнам — оперируют в основном в АТР и являются основными игроками на этом региональном рынке. Прочие крупные экспортеры либо поставляют на другие рынки (как США), либо не всегда присутствуют на рынке (как Индия из-за запретов экспорта риса). Поэтому отдельный анализ совместных стратегий Таиланда и Вьетнама без участия прочих стран оправдан.

Специфика ценообразования

Торговля в каждой стране происходит в основном в деловых центрах. В Таиланде — в Бангкоке, во Вьетнаме — в Хошимине. Конкуренция — ценовая². Цены обновляются каждый день. В периоды резких колебаний (конец 2007 г. — первый квартал 2008 г.) — несколько раз в день. Торговля может идти как между участниками рынка напрямую при наличии прямых связей, так и через брокеров.

Сторона предложения во Вьетнаме представлена несколькими крупными государственными компаниями. Крупнейшая из них — Vina Food 1 — контролирует более 80% рынка. В отличие от Вьетнама, в Таиланде рисовый сектор значительно менее концентрирован. Сторона экспорта представлена рядом крупных сельскохозяйственных корпораций и брокеров.

Отметим определенную рассинхронизированность цен и объемов. Правила на рынке таковы, что заключение контракта и фактическая отгрузка и отправление грузовой партии

²По информации, предоставленной крупнейшими импортерами риса в РФ.

кораблем, которая впоследствии называется экспортом, не одномоментны. Для целей моделирования это означает, что пара цена—объем в данный месяц может быть несвязной, а связной может быть цена в предыдущий период (или два периода назад) и объем в текущий период. В дальнейшей спецификации спроса при необходимости будут внесены соответствующие лаговые обозначения переменных при выявлении неодномоментного реагирования.

3 Модель

Выявление сговора предполагает определение базового уровня выплат участников игры. В данном случае это прибыль т.н. экспортеров, т.е. репрезентативных агентов для каждой страны-экспортера риса. Как отмечалось ранее, базовым уровнем при несовершенной конкуренции является равновесие Нэша–Бертрана, складывающееся при однократном взаимодействии участников. Превышение фактической (или расчетной) прибыли в повторяющейся игре будет говорить о выявлении сговора. Степень сговора определяется размером прибыли относительно минимальной (Нэша–Бертрана) и максимальной (прибыли картеля).

Рынок продукта является дифференцированным, а спрос подвержен случайным шокам (сезонным и пр.). На рынке наблюдается ценовая конкуренция. Информация, доступная всем участникам на начало взаимодействия, неполная, т.е. цены предыдущих периодов зашумлены случайными шоками. Действия конкурентов (проданные объемы) ненаблюдаемы. Ненаблюдаемые рыночные сигналы, как и отклонения от возможного сговора, ведут к изменению равновесных цен, что может приводить к ценовым войнам. В модели повторяющихся игр будет рассмотрено два типа стратегий и протестирована соответствующая смешанная стратегия.

3.1 Однопериодное взаимодействие экспортеров

Участники рынка разбиваются на M групп по типовому поведению. Уравнения спроса представляются линейными функциями:

$$q^i = a_i + b_i p^i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M c_{ij} p^j + g_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (1)$$

где q^i — объем, проданный участником i ; p^i — цена, назначенная участником i ; p^j — цена, назначенная участником j ; g_i — вектор экзогенных неценовых факторов спроса.

Каждый агент выбирает цены в однопериодной игре, максимизируя свою прибыль:

$$\max_{p^i \geq 0} \pi^i(p) = (p^i - mc^i) q^i(p).$$

Вогнутость прибыли гарантирует оптимальные цены через условия первого порядка. Введем реакции агентов на изменения цен конкурентов в форме функций реакции:

$$R_{ij} = \begin{cases} \frac{dp^i}{dp^j}, & i \neq j, \\ 1, & i = j. \end{cases}$$

Специфика реакций определяет структуру игры, т.к. в свернутой форме содержат взаимные стратегии. В литературе функции реакции еще называют предполагаемыми вариациями (conjectural variation, CV). Далее в работе функции реакции R_{ij} будем обозначать аббревиатурой CV, чтоб не путать с кривыми реакции, получаемыми из условий первого порядка.

CV могут быть как статическими, так и являться функциями от других переменных. Условия первого порядка в терминах CV:

$$\frac{\partial \pi^i}{\partial p^i} = (p^i - mc^i) \left(b_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M c_{ij} R_{ji} \right) + q^i = 0, \quad i = 1, \dots, M. \quad (2)$$

Зная матрицу CV всех участников $\{R_{ij}\}_{M \times M}$, с помощью условий первого порядка (2) и спроса (1) можно рассчитать равновесные цены, объемы и прибыль участников для игры с любой структурой.

Равновесие Нэша–Бертрана

Первый частный случай, который нас интересует — равновесие Нэша–Бертрана, в котором по определению $R_{ij}^n = 0$.

Равновесие картеля (однопериодное)

Общая прибыль:

$$\Pi(p) = \sum_i (p^i - mc^i) q^i(p).$$

Условия первого порядка позволяют найти равновесные цены p_m и прибыль π_m^i .

3.2 Суперигра

В повторяющихся взаимодействиях предполагается, что агенты играют бесконечное число периодов. Конкуренция, как и ранее, ценовая. Спрос подвержен случайным шокам. Информационное множество Ω_t состоит из наблюдаемых зашумленных текущих и прошлых ценовых сигналов. Действия конкурентов (проданные объемы) ненаблюдаемы.

В данном случае стратегии игроков — уже межвременные функции реакции на предыдущие цены. Исходя как из стандартного предположения о марковских стратегиях, так и их качественного анализа рынка в части 2, реакции идут только на цены предыдущего периода:

$$p_t^i = f(p_{t-1}^i, p_{t-1}^{-i}, \mathbb{E}[\Gamma(\theta_t) | \Omega_t]), \quad (3)$$

где $f(\cdot)$ — межвременная функция реакции, $\Gamma(\theta_t)$ — неизвестные структурные параметры игры (рыночные условия), θ_t — реализация случайного шока. Функциональная форма (3) моделирует процесс обучения участников игры при изменении параметров игры.

В обозначенных условиях прибыль каждого игрока — дисконтированный поток однопериодных прибылей:

$$\Pi_\infty^i = (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \pi_t^i(p),$$

где δ — дисконт.

В работах Slade (1987) и Slade (1989) рассмотрено два типа поведения в период ценовых войн — разрывная и непрерывная стратегии. Триггер включения стратегий наказания (ценовой войны) — шоки спроса или ненаблюдаемое поведение конкурентов, нарушивших сговор.

Первый тип поведения — это разрывная стратегия наказания через переход к ценам Нэша–Бертрана. В рамках этого поведения агенты аппроксимируют текущие цены p_t^i вокруг цен равновесия Нэша–Бертрана p_n^i :

$$\Delta p_t^i = \Delta \mathbb{E}[p_n^i | \Omega_t] + \eta_t^i, \quad (4)$$

где η_t^i — случайный шок. При такой формулировке игроки могут двигаться «тандемно», т.к. используют одинаковую неидеальную публичную информацию.

Второй тип поведения — непрерывная реакция участников на предыдущие действия конкурентов. При втором типе поведения агенты изменяют свои цены по межвременным CV:

$$\Delta p_t^i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M R_{ij} \Delta p_{t-1}^j + \eta_t^i. \quad (5)$$

В формулировке (5) матрица R является матрицей межвременных откликов. В данном случае механизм наказания используется в качестве информационного инструмента, дающего понимание как изменились условия игры. Если конкуренты снижают цены, то участник также их снижает и наоборот.

Для понимания фактической стратегии или их смеси можно записать соотношение, обобщающее оба типа поведения:

$$\Delta p_t^i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \left(\alpha_{ij} R_{ij} \Delta p_{t-1}^j + (1 - \alpha_{ij}) R_{ij} \Delta p_{t-1}^j \right) + \eta_t^i \quad i = 1, \dots, M, \quad (6)$$

где $0 \leq \alpha_{ij} \leq 1$.

Оценивание системы (6) с последующей проверкой гипотез о значении коэффициентов α_{ij} позволят понять, какой тип поведения был свойственен агентам в изучаемый период. В данном случае получатся различные трактовки матрицы R , соответствующие гипотезам триггерных и адаптивных стратегий.

Отметим определенную сложность в трактовке гипотез. Гипотеза $\alpha_{ij} = 1$ на первый взгляд говорит в пользу первого типа поведения. Однако при возможности реакции игроков на цены друг друга между периодами наблюдения мы можем наблюдать цены уже после реакции (например, адаптивной — по второму типу поведения). Соответственно, при оценивании будет появляться смещение в пользу гипотезы о поведении первого типа.

Оценивание матриц CV для повторяющейся игры позволит рассчитать и сравнить равновесные цены, прибыль с однопериодным взаимодействием: случаем равновесия Нэша–Бертрана, лучших откликов и сговора. Расчетная прибыль и другие характеристики равновесия позволят сделать вывод о наличии или отсутствии сговора, степени несовершенства, и является ли несовершенство следствием повторяющихся взаимодействий.

4 Данные

4.1 Специфика данных

Массив данных — месячные наблюдения с января 1997 г. по декабрь 2011 г., 192 наблюдения. На данном этапе период анализа ограничен 1997–2007 гг., т.к. в 2008 г. наблюдался экспоненциальный рост цен с последующим спадом, что объяснялось паникой на рынках и должно моделироваться другим игровым взаимодействием.

Таиланд

Месячные экспортные цены по сортам риса в Таиланде (FOB Bangkok) взяты из годового отчета USDA: Rice Yearbook. Собран массив данных экспортных цен от Тайской ассоциации рисовых экспортеров (TREA).

Внутренние оптовые цены (в Бангкоке) по сортам белого риса, источник Department of Internal Trade, Ministry of Commerce. Внутренние цены фермеров (EXW) — массив с 2005 г.,

источник Office of Agricultural Economics, Ministry of Agriculture and Cooperatives. С августа 2008 г. собран массив дневных данных по рисовым ценам, источник Jackson Son & Co. (London) Ltd.

Месячные объемы валового экспорта риса (по всем сортам), источник Customs Department (собраны ЦБ Таиланда). С 2002 г. собрана база TREА с разбивкой по сортам.

Вьетнам

Данные по экспортным ценам по сортам, источник USDA: Rice Yearbook. С августа 2008 г. собран массив дневных данных по рисовым ценам, источник Jackson Son & Co. (London) Ltd. Собран массив розничных цен во Вьетнаме, FAO с 2007 г.

Месячные объемы валового экспорта риса, источник General Statistics Office of Vietnam. Месячная структура экспорта предоставлена оценками USDA: FAS Vietnam Grain and Feed Rice Report.

Прочие данные

Объемы годового экспорта и импорта по странам, источник FAOSTAT. Данные по макроэкономическим страновым показателям, курсы валют. Процентные ставки — средние по крупнейшим банкам краткосрочные ставки (до полугодия).

4.2 Первичный анализ данных

Выборочные характеристики

Основные выборочные моменты представлены в таблице 1.

Таблица 1: Выборочные моменты

	Среднее	Ст. откл.	Min	Max	Jarque-Bera	Тренд
Цена 5% риса Таиланда	252,7	55,5	163,0	361,0	10,8	0,23* (0,13)
Цена 5% риса Вьетнама	237,7	50,7	150,0	360,0	6,60	0,16 (0,12)
Экспорт Таиланда	618,1	171,1	294,0	1172,0	18,8	2,14*** (0,34)
Экспорт Вьетнама	337,3	184,8	0	996,0	9,5	0,66 (0,42)
Цена нефти Brent	35,7	20,5	10,5	93,9	20,7	0,48*** (0,02)
Курс тайского бата	39,3	4,47	24,9	53,8	56,1	0,005 (0,010)
Курс вьетнамского донга	14765,0	1327,7	11179,0	16240,0	26,8	32,04*** (1,17)

В скобках приведены стандартные ошибки.

Статистическая значимость на 1% (***), 5% (**) и 10% (*) уровнях.

Сезонность

Спрос на рис Таиланда демонстрирует устойчивые сезонные колебания вокруг линейного тренда в октябре-декабре (положительный всплеск) и феврале-апреле (отрицательный всплеск), что связано с сезонностью уборки урожая. С июня по ноябрь идет уборка урожая, растут запасы и увеличивается экспорт, что связано как с поставками риса нового урожая, так и с ликвидацией прошлогодних запасов. Далее с ноября начинается посадка урожая

(в зависимости от урожая и региона), соответственно запасы сокращаются и экспорт падает. Очевидно, что последовательные всплеск и падение экспорта, отраженные в фиктивных сезонных переменных, отражают именно эту тенденцию.

Похожие сезонные колебания вокруг линейного тренда выявляются в спросе Вьетнама. Период положительного всплеска — март-май, в момент сбора весеннего урожая, который из-за своего хорошего качества идет на экспорт и составляет до половины годового урожая. Период снижения — ноябрь-февраль, период посева весеннего урожая. В этот период собирается зимний урожай, но он идет в основном на внутренне потребление.

В ценах устойчивой сезонности вокруг линейного тренда выявлено не было.

Стационарность

В ценах наблюдается выраженная U-образная динамика (см. Рис. 1), что предполагает непостоянство среднего. Стационарность проверялась тремя тестами: ADF, KPSS и PP (Phillips-Perron).

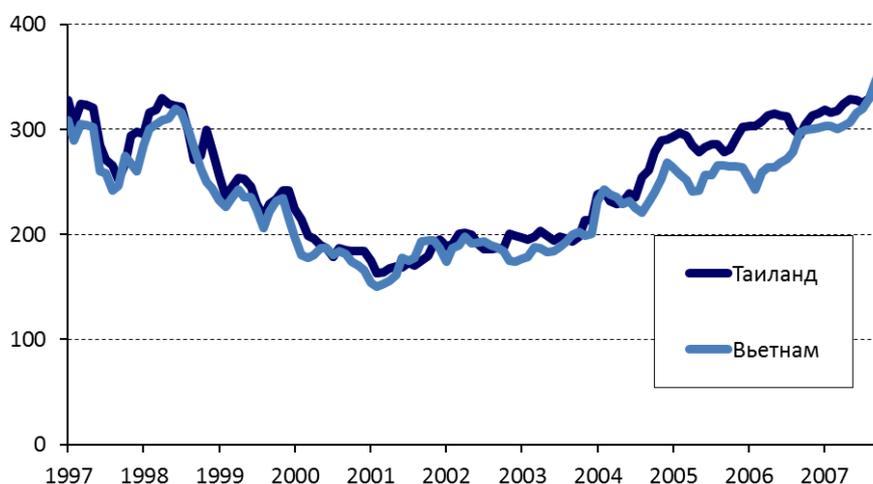


Рис. 1: Совместная динамика цен на белый рис, 1997–2007 гг.

Результаты тестирования стационарности представлены в таблице 2. Перед анализом объемы были очищены от аддитивной сезонности, т.к. тестирование обладает низкой мощностью к наличию сезонной компоненты.

Таблица 2: Выборочные моменты

Тест	Цена Таиланда	Цена Вьетнама	Объем Таиланда	Объем Вьетнама
ADF	Стохастический линейный тренд	Стохастический линейный тренд	Детерминированный тренд	Ряд стационарен
PP	Стохастический линейный тренд	Стохастический линейный тренд	Ряд стационарен	Ряд стационарен
KPSS	Ряд стационарен	Ряд стационарен	Возможен детерминированный тренд	Возможен детерминированный тренд

В результате первичного анализа основных переменных можно заключить, что в рядах объема присутствует значимая сезонность, а ряд экспорта Таиланда содержит в себе детерминированный тренд. Это означает, что при оценивании в соответствующих уравнениях должны присутствовать сезонные переменные и тренд.

Цены Таиланда и Вьетнама содержат в себе стохастический линейный тренд, поэтому должны участвовать в уравнениях только в первых разностях.

5 Оценивание и результаты

В системе спроса наборы (q^i, p^i) определяются одновременно, т.е. эндогенны. Оценивание с помощью МНК приведет в общем виде к смещенности и несостоятельности оценок. Оценивание системы как системы кажущихся несвязанными уравнений (SUR) равносильно применению обобщенного МНК с известной структурой матрицы ковариаций. Однако, это слишком сильное предположение — мы предполагаем структуру общего вида. Адекватными задаче являются либо трехшаговый МНК, либо ОММ.

В работе применяется ОММ, т.к. он позволяет дополнительно тестировать непротиворечивость моментов для набора инструментальных переменных (J-тест). ОММ реализуются в GAUSS, с алгоритмом случайной реализации стартовых значений параметров для анализа сходимости к глобальному максимуму. Матрица ковариаций оценивается в форме Ньюи–Уэста.

5.1 Оценка спроса

В отличие от общей постановки (1), оцениваться будет система спроса для двух основных участников рынка — Таиланда и Вьетнама. С учетом наличия стохастических линейных трендов в ценах оценивание проводится в первых разностях:

$$\begin{cases} \Delta q_t^1 = t_1 + b_1 \Delta p_t^1 + c_1 \Delta p_t^2 + \Delta g_t^1 + \xi_t^1, \\ \Delta q_t^2 = t_2 + b_2 \Delta p_t^2 + c_2 \Delta p_t^1 + \Delta g_t^2 + \xi_t^2. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь и далее тайским показателям будет присваиваться индекс 1, вьетнамским 2. В переменные, определяющие неценовой сдвиг кривой спроса g_t^i , входят сезонные фиктивные переменные и линейный тренд (вырождается в константу при переходе к Δg_t^i , как это было ранее выявлено при анализе сезонных колебаний спроса).

Эконометрическая спецификация модели (7) стандартна:

$$\begin{cases} \mathbb{E} [\xi_t^1 | z_t^1] = 0, \\ \mathbb{E} [\xi_t^2 | z_t^2] = 0, \end{cases}$$

где переменные z_t^1, z_t^2 — наборы инструментов для соответствующих уравнений.

В качестве инструментов для уравнений были использованы первые разности лагов цен, экзогенные регрессоры из Δg_t^i . Кроме этого, первые разности курсов тайского бата и вьетнамского донга, т.к. они не влияют напрямую на спрос, но влияют на экспортные цены следующим образом: при обесценении национальной валюты экспортные цены, номинированные в долларах, могут снижаться. Были использованы первые разности котировок нефти Brent, как маркера затрат на энергоносители и производство риса в Таиланде, определяющее сезонную динамику запасов, которая может давить на решения экспортеров о снижении или повышении цен. В каждом уравнении для моделирования двух эндогенных переменных цен использовано по 8 инструментов. Всего для первого уравнения использовано 14 инструментов, для второго — 13.

Для оценивания ОММ эконометрическая спецификация представлена в виде следующих соотношений на моменты:

$$\begin{cases} \mathbb{E} [\xi_t^1 z_t^1] = 0, \\ \mathbb{E} [\xi_t^2 z_t^2] = 0. \end{cases}$$

Результаты оценивания представлены в таблице 3. Как видно, ценовые переменные значимы в обоих уравнениях на 5–10% уровне. J тест на 10% уровне не отвергает гипотезу о непротиворечивости ограничений на моменты, $J = 20,14 < \chi_{12}^2$.

Таблица 3: Оценка спроса

t_1	Δp_t^{th}	Δp_t^{viet}	t_2	Δp_t^{viet}	Δp_t^{th}	J
0,40	-4,65**	2,26*	9,77	-14,37***	11,71***	20,14**
(7,55)	(2,18)	(2,01)	(12,37)	(5,32)	(3,70)	

В скобках приведены НАС стандартные ошибки.

Статистическая значимость на 1% (***), 5% (**) и 10% (*) уровнях.

В контрольные переменные входят лаги аддитивных сезонных компонент. Для Таиланда значимо выявлено влияние осеннего и весеннего урожая, для Вьетнама — осенне-зимнего.

Спрос корректно специфицирован — коэффициенты при ценах значимы и имеют необходимые знаки. Знаки перекрестных ценовых эластичностей положительны, это показывает, что рис Таиланда и Вьетнама — товары-заменители, что соответствует действительности. Отметим также незначимость коэффициентов t_1 и t_2 , которые при обратном переходе от разностей к уровням будут коэффициентами при линейных трендах. Так и должно было быть — в части первичного анализа данных мы показали стационарность первых разностей объемов.

Стоит отметить, что для обоих рынков статистически не отвергаются ограничения $|b_i| = c_i$, это свидетельствует в пользу того, что при одновременном одинаковом изменении цен потребительский спрос не переключается на другой товар. Этот эффект может свидетельствовать о том, что несмотря на дифференцированность продукта, либо сохраняется высокая лояльность покупателей, либо рынок не просто географически сегментирован, но и фиксированно разделен между Таиландом и Вьетнамом. Гипотеза о лояльности отвергается, т.к. не наблюдается в реальности — покупатели чередуются, а при объявлении тендеров на импорт риса заявки принимаются от всех экспортеров. Таким образом, на основании оценки спроса можно выдвинуть гипотезу о разделении рынка, но она нуждается в дополнительной проверке.

Робастность оценки спроса

Для получения корректных оценок нами исследовались различные наборы инструментов. В качестве инструментов для каждого уравнения использовались константа, экзогенные переменные (сезонность) и первые и вторые лаги эндогенных цен — $\Delta p_{t-2}^1, p_{t-2}^2$ и $\Delta p_{t-3}^1, \Delta p_{t-3}^2$, месячные объемы производства в Таиланде, фрахтовые ставки и пр. Можно сказать, что структура оценок меняется незначительно. Наибольшим качеством обладает уравнение, представленное в таблице 3.

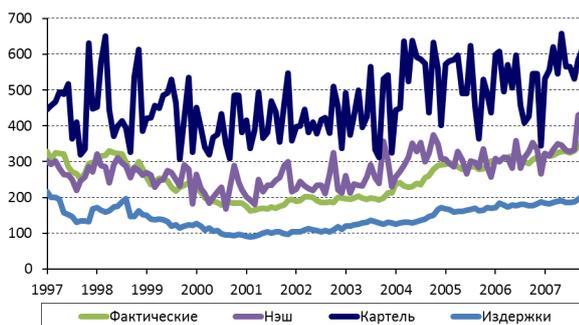


Рис. 2а: Цены Таиланда, 1997–2007 гг.

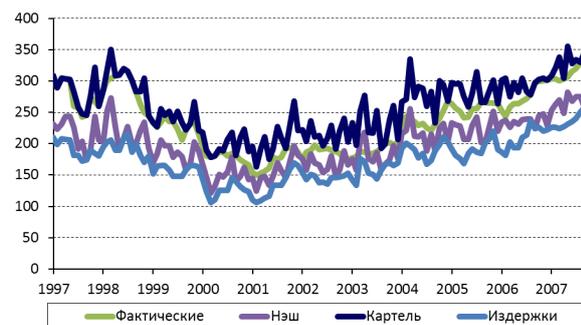


Рис. 2б: Цены Вьетнама, 1997–2007 гг.

Расчетные значения цен однопериодного равновесия в Таиланде и Вьетнаме для случаев, рассмотренных в разделе 4.1, представлены на Рис. 2. Как видно из Рис. 2а, расчетные значения тайских цен в равновесии Нэша–Бертрана близки к фактическим ценам в течение всего периода. Однако в середине периода, в 2001–2005 гг. фактические цены ниже расчетных цен Нэша–Бертрана. Из Рис. 1 видно, что это как раз период исторического минимума цен на рынке, этому это не является неожиданным. Однако строго утверждения здесь нет, т.к. после построения доверительного интервала для цен Нэша–Бертрана фактические цены в него попадают³.

На рынке во Вьетнаме фактические цены устойчиво превышают расчетные цены Нэша–Бертрана и близки к монопольным. Это проявление специфики рынка — Вьетнам в большей степени продает менее качественный рис (25% белый рис), являясь его крупнейшим мировым поставщиком. Его положение на рынке менее качественного риса дает ему значительно больше рыночной власти, чем Таиланду с его диверсифицированным экспортом.

Эти соотношения между фактическими ценами, ценами Нэша–Бертрана и картеля на каждом из рынков напрямую отразятся на соотношениях между фактической и потенциальной прибылью.

5.2 Оценка матрицы CV

Для оценки системы (6) цены были очищены от предельных издержек для получения эффектов только ценовых взаимосвязей, без учета изменения издержек. В качестве предельных издержек для Таиланда и Вьетнама были взяты оптовые цены 5% риса, что соответствует пониманию среднего экспортера, как арбитражера (скупщика риса у крестьян и продавца на экспорт).

В системе (8) очищенные цены обозначены заглавными буквами $P_t^i = p_t^i - mc_t^i$:

$$\begin{cases} \Delta P_t^1 = \alpha_{12} R_{12}^a \Delta P_t^2 + (1 - \alpha_{12}) R_{12}^a \Delta P_{t-1}^2 + \eta_t^1, \\ \Delta P_t^2 = \alpha_{21} R_{21}^a \Delta P_t^1 + (1 - \alpha_{21}) R_{21}^a \Delta P_{t-1}^1 + \eta_t^2. \end{cases} \quad (8)$$

Для ОММ эконометрическая спецификация аналогична оценке спроса и представляется в виде следующих соотношений на моменты:

$$\begin{cases} \mathbb{E} [\eta_t^1 | z_t^1] = 0, \\ \mathbb{E} [\eta_t^2 | z_t^2] = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbb{E} [\eta_t^1 z_t^1] = 0, \\ \mathbb{E} [\eta_t^2 z_t^2] = 0. \end{cases}$$

Для анализа влияния ставки процента на сговор необходимо модифицировать CV. Из теоретических работ следует, что утверждения народных теорем выполняются для случая стохастического дисконта, т.е. и для переменного процента. Ставка процента должна повышать реакцию: чем больше процент — тем меньше дисконт, чем меньше дисконт — тем сложнее удерживать сговор, чем сложнее удерживать сговор — тем больше реакция на изменение цен конкурентов.

При количестве участников $M > 2$ можно было бы рассматривать несколько вариантов ввода ставки процента. Однако для случая двух участников, все три варианта спецификации вырождаются в один случай $R_{ij}^a(t) = \alpha_i + \beta_i r_t^i$.

Для проверки робастности полученных результатов мы оцениваем две спецификации кризисных реакции. Первая совпадает с исходной формой в работе Slade (1987), в которой реакции из (8) постоянны:

$$\begin{cases} R_{12}^a = \text{const}, \\ R_{21}^a = \text{const}. \end{cases}$$

³Здесь и далее для других расчетных показателей доверительные интервалы считались методом Монте-Карло.

Вторая спецификация — с переменными реакциями:

$$\begin{cases} R_{12}^a(t) = \alpha_{12} + \beta_{12}r_t^{th}, \\ R_{12}^a(t) = \alpha_{21} + \beta_{21}r_t^{viet}. \end{cases}$$

Очевидно, что первая спецификация вложена во вторую. Соответственно, некоторые результаты должны наследоваться.

Результаты оценивания представлены в таблице 4. Все параметры значимо влияют. Использовано 8 инструментов для эндогенных цен в первом уравнении и 9 — во втором. Всего для оценки системы использован 21 инструмент. Моменты не противоречивы, $J = 10,22 < \chi_{15}^2$.

Как видно из таблицы 4 средние значения для гибкой формы кривых реакций (спецификация 2) близки к оценкам спецификации 1. Это проявление того, что спецификация 2 обобщает спецификацию 1. На Рис. 3 изображены CV для обеих спецификаций. Видно, что динамика CV наследует динамику ставок процента (т.к. является линейной функцией от них).

Спецификация 2 кажется более предпочтительной, чем 1, т.к. она более гибкая и все составляющие оценены значимо. Более того, весовые коэффициенты α_{ij} в спецификации 2 лежат в границах $[0,1]$, что говорит о качестве оценивания, т.к. ограничения на них не накладывались. Однако более подробное рассмотрение выявляет несколько проблемных моментов.

Таблица 4: Оценка кривых реакции

	Спецификация 1		Спецификация 2		Среднее
			Оценка		
R_{12}^a	0,8 (0,14)***	1,2 — 0,06 (0,43)*** (0,04)*	r_t^1	0,73	
R_{21}^a	0,5 (0,26)**	5,6 — 0,50 (2,11)*** (0,18)***	r_t^2	0,34	
α_{12}	0,28 (0,11)***	0,56 (0,19)***			
α_{21}	2,76 (1,21)**	0,86 (0,22)***			

В скобках приведены стандартные ошибки.

Статистическая значимость на 1% (***) , 5% (**) и 10% (*) уровнях.

Во-первых, динамика CV Вьетнама в начале периода 1997–2000 гг. ниже нуля; более того, в 1997–1998 гг. — даже ниже -1. И теории известно, что при условии $-1 \leq R_{ij} \leq 1$ стационарное равновесие Нэша единственно. Безусловно, это удобное свойство, но в глобальном смысле его требовать нет возможности, т.к. спрос оценен только на локальном участке наблюдаемых цен—объемов и тестировать на нем сходимость по всем стратегиям невозможно. Кроме этого, в период 1997–1998 гг. Таиланд и Вьетнам испытывали на себе влияние азиатского кризиса, поэтому подобные отклонения от устойчивых состояний ожидаемы.

Во-вторых, более содержательный вопрос заключается в том, почему CV для Вьетнама находится в отрицательной области в 1997–2000 гг., при том что CV Таиланда устойчиво положительна. Однако ни динамика цен на Рис. 1, ни качественное понимание взаимодействия не предполагают подобной асимметрии в поведении. Ожидаемый результат — положительная реакция на изменение цен конкурентов и тандемное движение цен. Объяснение полученного результата — специфика конъюнктуры на рынке во Вьетнаме в начале периода.

На Рис. 2b видно, что в 1997–2000 гг. фактические цены Вьетнама были близки к расчетным ценам картеля на вьетнамском рынке. Структура вьетнамского предложения (см. подробнее в части 2) из-за высокой концентрации, особенно в этот период, когда либерализация рынка только началась, не противоречит этому факту. Это может означать, что в

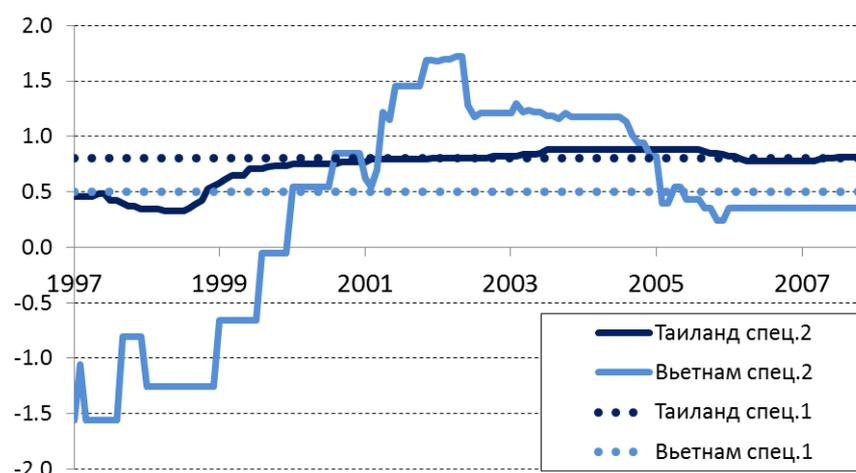


Рис. 3: Расчетные CV для спецификаций 1 и 2, 1997–2007 гг.

этот период Вьетнам, собирая максимальную ренту со своего рынка, мог демонстрировать осциллирующее поведение⁴, отличающееся от всего остального периода.

Этот результат требует дополнительного анализа. Возможно, требуется дополнительное изучение игры в окрестности крайних случаев. В формулировке условий мы не налагали ограничений на динамику цен вида $p_t^i \leq p_m^i$, хотя она естественна. Для периода 1997–2000 гг. фактические цены Вьетнама лежат в узком доверительном интервале расчетных картельных цен, гипотеза $p_t^i = p_m^i$ не отвергается. Это может означать иную структуру игры в этот период.

В-третьих, спецификация 2 изучалась в первую очередь с точки зрения влияния ставки процента. К сожалению, мы вынуждены констатировать, что в обоих уравнениях мы получили значимый отрицательный знак перед ставкой процента (см. таблицу 4). Из полученных результатов следует, что рост ставки процента снижает реакцию агентов на изменения, и приращения цен становятся близкими к нулю, т.е. сговор усиливается. Однако предсказания теории обратны и говорят о том, что в равновесии чем больше ставка процента, тем сложнее удерживать сговор.

Наше объяснение заключается в том, что здесь может проявляться эндогенность цен и объемов по ставкам процента и обратно. В Таиланде и Вьетнаме, как и многих других странах, государство субсидирует фермеров, компенсирует ставки по кредитам и т.д. — все это зависит от ставки процента. Во Вьетнаме рисовый сектор достаточно значим в экономике, и ставка процента может определяться эндогенно, в т.ч. и текущей экспортной конъюнктурой.

Однако, несмотря на направление влияния ставки процента, гибкая форма спецификации 2 оправдана. Динамика цен на Рис. 1 U-образна, с историческим минимумом в середине периода. С позиций моделирования сговора период минимума цен — период минимального сговора и, соответственно, максимальной реакции конкурентов на изменения цен друг друга. Соответственно в период максимальных цен сговор наиболее силен и реакции на изменения цен конкурентов минимальны, т.к. оцениваются участниками не как следствия нарушения картельных договоренностей, а как следствия случайных шоков других переменных.

Именно это демонстрируют расчетные CV — максимальная реакция в середине периода и снижение по мере роста цен и усиления сговора. Здесь еще раз можно вернуться к оценке влияния ставки процента. Возможно, она здесь играет техническую роль, и любая пере-

⁴Эта терминология заимствована из аппарата IRF, если рассматривать систему, как векторную авторегрессию.

менная с U-образной динамикой оказалась бы значимой в спецификации CV. Более того, можно ожидать, что любая переменная с \cap -динамикой положительно влияла бы на реакции R_{ij} , а переменная с U-динамикой влияла бы отрицательно. Это интересный результат, который без конкретизации причин показывает степень устойчивости сговора в течение периода. Оценивание влияния только процентной ставки требует корректного инструментирования.

5.3 Решение игры

Для вывода о наличии сговора необходимо рассмотреть расчетные характеристики полученных равновесий. Первое равновесие (однопериодное взаимодействие) Нэша R^n : цены рассчитываются из системы уравнений (2), спрос оценивается. Второе равновесие (суперигра) «в фактических откликах R^a »: CV рассчитываются из ОММ системы (6), цены из системы (2). Третье равновесие — картель. Равновесие картеля — по определению максимальная прибыль за период.

Стратегии участников

Мы вводили два типа стратегий — разрывную и непрерывную. Некоторые выводы можно уже сделать из наблюдаемой динамики цен на Рис. 1 и расчетных ценах Рис. 2. Для разрывных стратегий — триггерный переход к ценам Нэша–Бертрана, как в нашем случае, или другим ценам в качестве наказания — характерны резкие скачки вниз в точках включения наказания. Однако динамика на Рис. 1 достаточно плавная, что предполагает непрерывность стратегии.

Однако расчетные значения α_{ij} равны 0,8 и 0,5, более того, гипотеза о равенстве коэффициентов α_{ij} единице не отвергается, т.е. вывод о доминировании разрывной стратегии не отклоняется, что в определенной степени противоречит наблюдениям за совместной динамикой цен. Здесь необходимо обратиться к специфике массива данных и методике тестирования.

Эконометрическая спецификация разрывной стратегии — Δp_t , т.е. предполагается одномоментность реакции на цены конкурентов. Спецификация непрерывной стратегии — Δp_{t-1} , т.е. реакция на историческое изменение цен конкурентов в рамках обсуждавшегося механизма выявления информации об изменении условий игры. При этом анализ проводится в месячных наблюдениях, т.к. таможенные данные по экспорту агрегируются помесечно⁵. При этом цены на рынке обновляются ежедневно, т.е. в течение месяца участники игры могут неоднократно обновить информацию и отреагировать на нее. Фактически из-за того, что скрытые взаимодействия происходят между точками наблюдения, происходит смещение в пользу одномоментной реакции Δp_t , т.е. разрывной стратегии. Расчетные значения коэффициентов α_{ij} смещены к 1 из-за эффекта агрегации данных. Поведение участников рынка, оцененное в системе (8), близко к тандемному, т.е. одновременной реакции. Однако это следствие реализации не разрывной стратегии, а непрерывной, динамику которой мы наблюдаем на Рис. 1. Цены с недельной частотой также не демонстрируют разрывных скачков.

Расчетная прибыль

Расчетная прибыль является прямым маркером, характеризующим степень использования рыночной власти. Крайний случай — картельная прибыль, т.е. максимальная из возможных. Прибыль Нэша–Бертрана — минимальная из достижимых при рациональном некооперативном поведении.

⁵ Анализ в недельных или дневных периодах провести нельзя, т.к. данные по объемам — месячные в отличие о ценовых данных, регистрируемых ежедневно.

Из оценок CV в повторяющейся игре можно сделать вывод, что фактические отклики ненулевые, т.е. с равновесием Нэша–Бертрана (в котором $R \equiv 0$) не совпадают. Это означает, что наблюдается тип поведения, который должен проявляться в большей прибыли.

На Рис. 4 показана прибыль⁶ (с 90% доверительными интервалами, ДИ) для стратегий Таиланда. Отчетливо наблюдается рост ДИ для случая спецификации 1, что ожидаемо — форма CV менее гибкая, дисперсия выше.

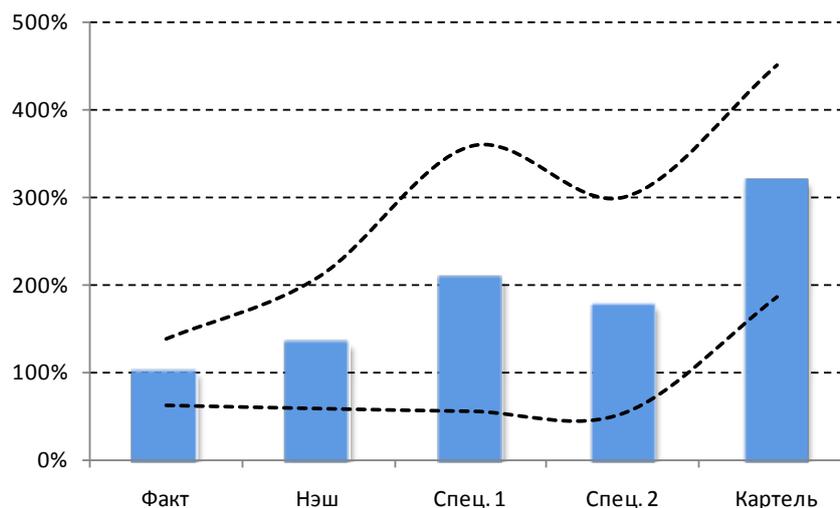


Рис. 4: Расчетная прибыль и доверительные интервалы для стратегий Таиланда.

Расчетные показатели прибыли выглядят в целом ожидаемо, кроме равновесия Нэша–Бертрана — она больше фактической. Это не соответствует теоретическим предсказаниям. Причина — в оценке спроса и расчете цен для Таиланда. Из обсуждения Рис. 2а видно, что фактические цены Таиланда ниже расчетных Нэша–Бертрана в середине анализируемого периода. С одной стороны, это может быть следствием и качества использованных инструментов в оценке спроса. С другой стороны, 90% доверительные интервалы для прибыли Нэша и фактической в значительной степени пересекаются, поэтому противоречие не наблюдается. Аналогичный вывод можно сделать относительно того, что большее значение прибыли в спецификации 1 не означает, что она больше прибыли в спецификации 2, т.к. и ее ДИ на 25% шире.

Расчетные показатели реакций CV показывают, что стратегия Таиланда не противоречит сговору в рамках повторяющихся взаимодействий. Таиланд находится не в равновесии Нэша–Бертрана, и фактическая прибыль не может соответствовать непрерывной стратегии (как в спецификации 1, так и в спецификации 2).

На Рис. 5 показаны аналогичные характеристики для прибыли Вьетнама. Также, как и для Таиланда, наблюдается рост дисперсии в спецификации 1 по тем же причинам. Расчетная прибыль в равновесии Нэша–Бертрана ниже фактической, что говорит о качестве точечной оценки. Прибыль в гибкой спецификации реакций CV (спецификация 2) выше, чем в спецификации 1 при более низком разбросе. Модельные расчеты прибыли ни в спецификации 1, ни в спецификации 2 не противоречат фактической прибыли.

Итак, для обоих рынков доказано, что участники используют стратегии, отличные от одно-периодного равновесия Нэша–Бертрана, что подтверждается отличными от нуля реакциями

⁶Все значения нормированы относительно фактической расчетной прибыли.

CV. Расчетные показатели прибыли для этих случаев показывают, что прибыль в равновесии Нэша–Бертрана не выше фактической. Это уже означает наличие сговора.

Протестированные стратегии показывают, что фактическая прибыль совместна с расчетной в рамках описанной стратегии поведения. Исходя из качественного и количественного анализа, делается вывод, что участники в большей степени используют непрерывные стратегии. В рамках непрерывных стратегий оценены две спецификации. Для рынка Таиланда нельзя сделать вывод об их сравнительном качестве. Для рынка Вьетнама спецификация 2 более предпочтительна. С учетом анализа реакций CV в разделе 5.2 делается вывод, что гибкая спецификация более предпочтительна для описания взаимодействия участников в целом.

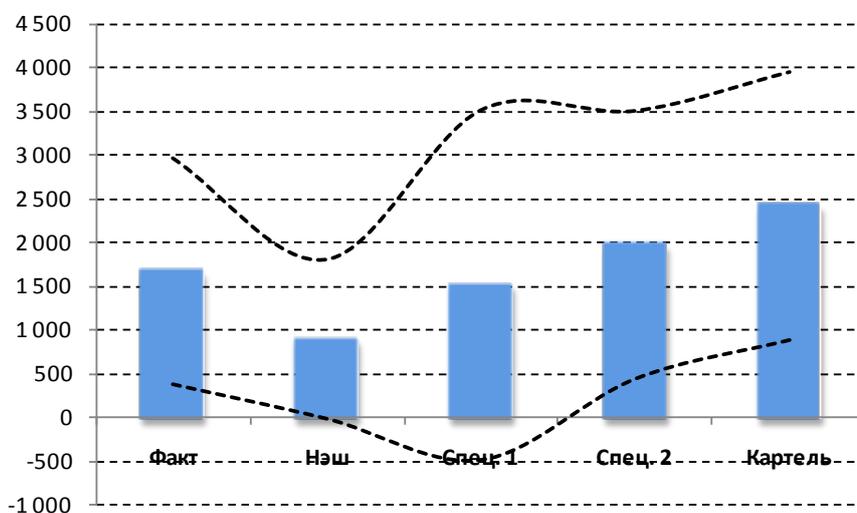


Рис. 5: Расчетная прибыль и доверительные интервалы для стратегий Вьетнама.

Степень использования рыночной власти по Вьетнаме значительно выше, чем в Таиланде — это следует из меньшего разброса прибыли между картелем и фактическим значением. Вероятно, это следствие значительно большей концентрации экспорта Вьетнама до 80% экспорта риса реализуется через около государственную компанию VINAFOOD-1, в отличие от множества экспортеров Таиланда.

5.4 Направления дальнейших исследований

Полученные выводы значительно уточнили наше понимание рынка, однако возникшие во время анализа моменты дают направления дальнейшего исследования и улучшения полученных результатов.

Проблемы с расчетом цен Таиланда в равновесии Нэша–Бертрана могут быть вызваны недостаточно гибкой формой спроса. Возможно, на рынке проявляются нелинейные эффекты. Переход к более общей форме спроса может помочь как в получении улучшенных оценок для цен в равновесии Нэша–Бертрана, так и помочь в оценивании функций отклика для Вьетнама.

На основании оценки спроса было выявлено, что в рамках текущей модели дифференцированных продуктов тандемные изменения цен (одинаковые и в одну сторону) не ведут к изменению объема спроса. Это достаточно сильное утверждение, из которого может следовать тот факт, что рынок разделен между участниками как при дискриминации третьей

степени. Однако оно нуждается в дополнительной проверке.

Возможно, при переходе к более гибкой форме спроса этот эффект пропадет. Отметим, что рынок анализировался, как дуополия, что было следствием собранных данных для двух крупнейших стран. Анализ можно улучшить введением конкурентной границы. Однако возникает объективная проблема как сбора данных, так и того, что единого рынка для прочих фирм не существует, как и не существует единой мировой цены на рис для остальных, доминирующих фирм.

Методика разделения стратегий агентов при повторяющихся взаимодействиях не совсем подходит для текущей структуры данных. При месячной агрегации невозможно однозначно провести инференцию. Для этого необходимо использовать недельную статистику по ценам и объемам странового экспорта, но для этого необходим доступ к таможенным базам данных.

Выявлено, что Вьетнам в начале периода мог следовать другой стратегии, т.е. его равновесие близко к монопольному. Возможно, необходимо реструктурирование игры.

Вероятно, переход к нелинейному оцениванию стратегий агентов в системе (8) — введение режимов для отрицательных и положительных сдвигов цен — улучшит описание, т.к. даже при непрерывных стратегиях реакции знаки сдвигов могут быть различными. В рамках нелинейного оценивания можно более подробно изучить отрицательность реакций Вьетнама и возможную осцилляцию, построив обобщенные IRF.

В работе инференция проводилась с помощью расчета стандартных отклонений методом Монте-Карло. Однако предположение о нормальности — достаточно сильное и без него можно обойтись, используя бутстрап. Однако из-за нелинейности оценивание двух систем уравнений с помощью ОММ на каждой итерации бутстрапа время анализа увеличивается на два порядка.

6 Заключение

В данной работе изучалось функционирование рынка риса в Азиатско-тихоокеанском регионе. Было показано, что рынок сегментирован и структура предложения такова, что может наблюдаться несовершенная конкуренция. При этом ценовая динамика демонстрирует длительные периоды устойчивого согласованного движения цен участников рынка, что трудно объяснить фундаментальными факторами.

Было показано, что однонаправленное изменение цен игроками статистически не влияет на спрос при том, что товары дифференцированы. Это позволяет предположить более сильную гипотезу о рыночном несовершенстве — разделение рынка игроками, т.е. о возможности ценовой дискриминации третьего рода.

Показано, что поведение агентов лучше описывается повторяющимся многопериодным взаимодействием, чем однопериодным. Это первый источник рыночного несовершенства. Были проанализированы разрывные и непрерывные стратегии и показано, что стратегии участников совместимы со скрытым сговором. Это второй источник несовершенства. Расчетные прибыли показали, что участники конвертируют несовершенства в большую прибыль.

Оценка поведения игроков в повторяющемся взаимодействии подтвердила наблюдаемое в реальности тандемное взаимодействие — длительные многолетние периоды роста и падения цен. Через анализ реакций выявлена динамика сговора: рост цен не противоречит усилению сговора, снижение степени сговора ведет к снижению цен.

Список литературы

Barlo, M. & C. Urgan (2011). Stochastic discounting in repeated games: awaiting the almost inevitable. *MPRA archive papers*, доступно на <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/28537/>

- Baye M. & D. Jansen (1996). Repeated games with stochastic discounting, *Economica* 63, 531–41.
- Kalai, E. & W. Stanford (1985). Conjectural variations strategies in accelerated Cournot games. *International Journal of Industrial Organization* 3, 133–152.
- Dal Bó, P. (2007). Tacit collusion under interest rate fluctuations. *RAND Journal of Economics* 38, 1–8.
- Slade, M. (1987). Interfirm rivalry in a repeated game: an empirical test of tacit collusion. *Journal of Industrial Economics* 35, 499–516.
- Slade, M. (1989). Price wars in price-setting supergames. *Economica* 56, 295–310.
- Slade, M. (1990). Strategic pricing models and interpretation of price war data, *European Economic Review* 34, 524–537.

Приложение: концентрация рынка

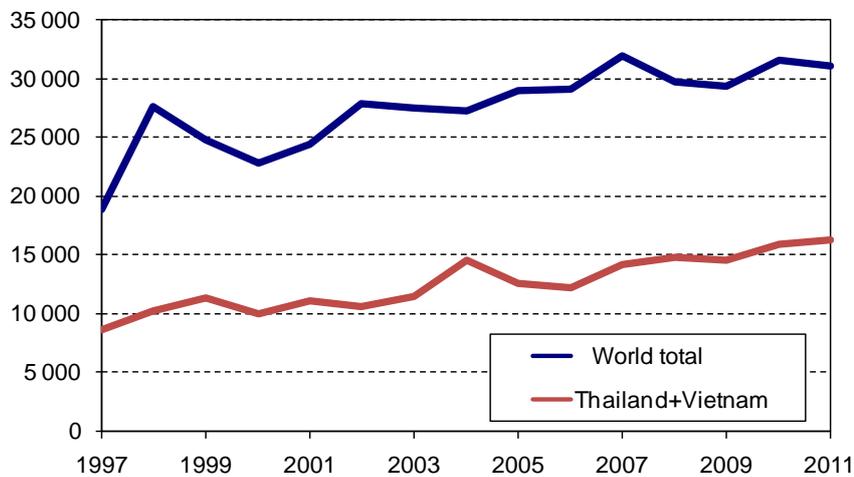


Рис. А.1: Динамика мировой торговли рисом и суммарного экспорта Таиланда и Вьетнама, тыс. Мт. *Источник: USDA, Foreign Agricultural Service*

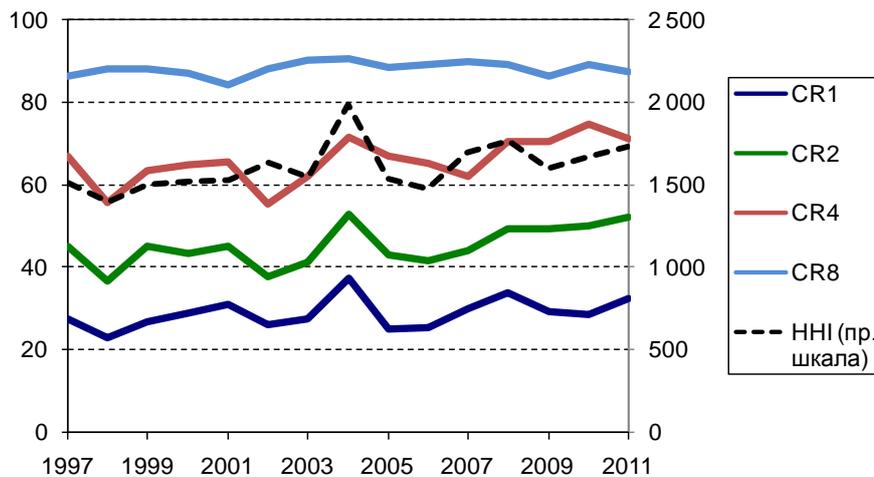


Рис. А.2: Коэффициенты концентрации мирового экспорта риса. *Источник: USDA, Foreign Agricultural Service*

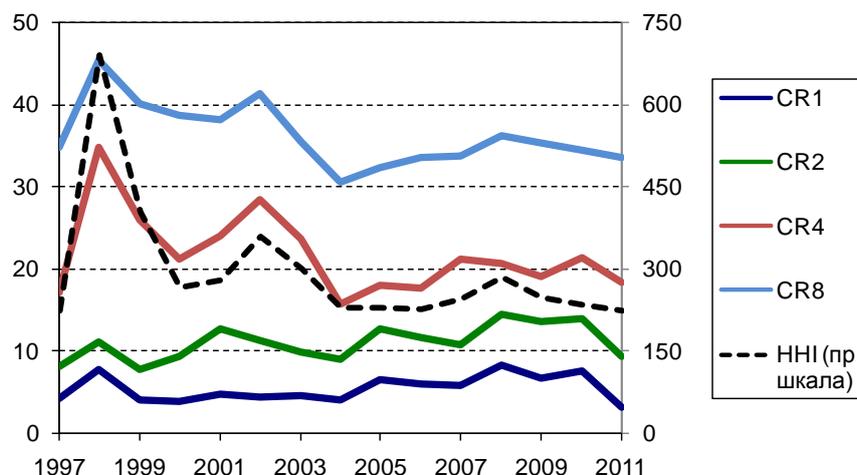


Рис. А.3: Коэффициенты концентрации мирового импорта риса. *Источник: USDA, Foreign Agricultural Service*

Empirical analysis of imperfect competition in the rice market in the Asia-Pacific region

Andrey Lipin

Eurasian Economic Commission, Moscow, Russia

Repetitive interactions among players are common to many actual markets. If this is complemented by guaranteed sales markets and the presence of dominant players, then it creates natural conditions for coordination. Economic theory suggests that the decline in competition up to the cartel level can provide higher profitability. However, coordination in such markets may alternate with competition and price wars. The observed rice prices of major Asian exporters demonstrate similar dynamics, which implies coordination of their actions. However, it is an open question how close this behavior is to that of a cartel. Using monthly data on export sales of rice from 1997, the study examines the degree of imperfect competition and the possibility of collusion. Estimation is carried out using the generalized method of moments.

Keywords: cartel collusion, price war, repeated games, continuous strategy, rice market
JEL Classification: C36, D43, L13, Q11, Q17

Моделирование дискретного выбора и оценивание спроса на подгузники*

Анна Аникина[†]

Российская экономическая школа, Москва, Россия

В работе изучается структура спроса на подгузники на рынке одного из российских городов с помощью модели дискретного выбора со случайными коэффициентами. Предварительный анализ включает спецификации logit и nested logit. Используется информация о ценах, объемах продаж и характеристиках продуктов, доступная в виде несбалансированной панели для двухмесячных периодов с 2008 по 2011 гг. Полная модель, заимствованная из Berry, Levinsohn & Pakes (1995) и Nevo (2001), модифицирована с учетом особенностей рынка.

Ключевые слова: модели дискретного выбора, модели со случайными коэффициентами, дифференцированные продукты, оценивание спроса

Классификация JEL: C15, C23, C25, C51, L22

1 Введение

Оценивание спроса является неотъемлемой частью практически любого исследования в теории отраслевой организации и имеет большое прикладное значение. Долгое время оценивание спроса для дифференцированных продуктов представляло проблему из-за большого количества параметров. В данной работе эта проблема решается с помощью моделей дискретного выбора, которые позволяют сократить число оцениваемых параметров.

Подход дискретного выбора для оценивания спроса используется уже несколько десятилетий. Модели logit (McFadden, 1973) и nested logit (Ben-Akiva, 1974) долгое время были популярны у исследователей благодаря простоте вычислений. Однако эти модели имеют много ограничений, связанных с извне заданным, удобным для вычислений распределением ошибок. В модели logit эластичность спроса по цене зависит только от рыночной доли продукта и не зависит от наличия продуктов с близкими характеристиками, что несколько противоречит здравому смыслу. Модель nested logit, хотя и более гибкая, сильно зависит от разбиения продуктов на группы, которое заранее задается исследователем. В данной статье обе эти модели оцениваются в качестве отправной точки для дальнейшей работы.

Последние достижения в применении методологии дискретного выбора связаны с возможностью компьютерного моделирования, которое позволяет создавать трудоемкие по вычислению, но гораздо более гибкие модели. Berry, Levinsohn & Pakes (1995) применяют эти модели для исследования рынка автомобилей в США, а Nevo (2001) использует их для анализа индустрии готовых завтраков. Данная работа довольно близко следует методике Nevo (2001), в частности, используются предложенные им фиктивные переменные для отражения специфических характеристик торговых марок. Вместе с тем рынок подгузников имеет ряд особенностей, для учета которых требуется видоизменить функцию полезности.

Настоящее исследование отчасти является продолжением работы Маркус (2011). Автор оценивает спрос на подгузники, применяя модель со случайными коэффициентами из Berry, Levinsohn & Pakes (1995) и Nevo (2001). Применяя в качестве предварительного анализа

*Цитировать как: Аникина, Анна (2013). «Моделирование дискретного выбора и оценивание спроса на подгузники», Квантиль, №11, стр. 61–73. Citation: Anikina, Anna (2013). “Discrete choice modeling and demand estimation for diapers,” Quantile, No.11, pp. 61–73.

[†]Адрес: 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, 47. Электронная почта: anna.anikina@gmail.com

модель logit, он находит, что полная модель лучше описывает матрицу эластичностей, и что потребители сильно различаются по их отношению к цене. Данная работа развивает его подход и добавляет следующие усовершенствования:

(а) Модифицированная функция полезности. Предполагается, что потребитель не получает полезности от подгузника, который не подходит ребенку по диапазону масс;

(б) Использование фиктивных переменных на модели подгузников. Это позволяет выделить ненаблюдаемые характеристики, присущие каждой из моделей, и избавиться от одного из источников эндогенности цен;

(в) Использование wTRP вместо wSOW для оценки уровня рекламы (подробно см. в разделе 4). Кроме того, данные обработаны для получения отдельных оценок уровня рекламы для каждого из подбрендов и бренда в целом;

(г) В расчетах используются смоделированные данные о потребителях. Выборки делались из данных RLMS (подробнее в разделе 4.1);

(д) Обнаружена и решена проблема, возникающая при использовании несбалансированной панели (см. раздел 4.3).

Работа состоит из следующих частей: раздел 2 содержит краткое описание рынка; в разделе 3 описаны эмпирическая модель и выводы из различных спецификаций; раздел 4 содержит описание данных и их начальной обработки, а также процедуры оценивания; результаты оценивания приведены в разделе 5; раздел 6 содержит выводы и предлагает направления дальнейшей работы.

2 Описание рынка подгузников

Большую часть рынка подгузников в исследуемом городе делят между собой три крупные международные компании, назовем их А, Б и В. В последнее время конкуренция на рынке сильно выросла (см. Рис. 1). Во время финансового кризиса 2008–2009 гг. лидирующие фирмы укрепили свои позиции, захватив рынок практически полностью, но затем их суммарная доля рынка начала уменьшаться.

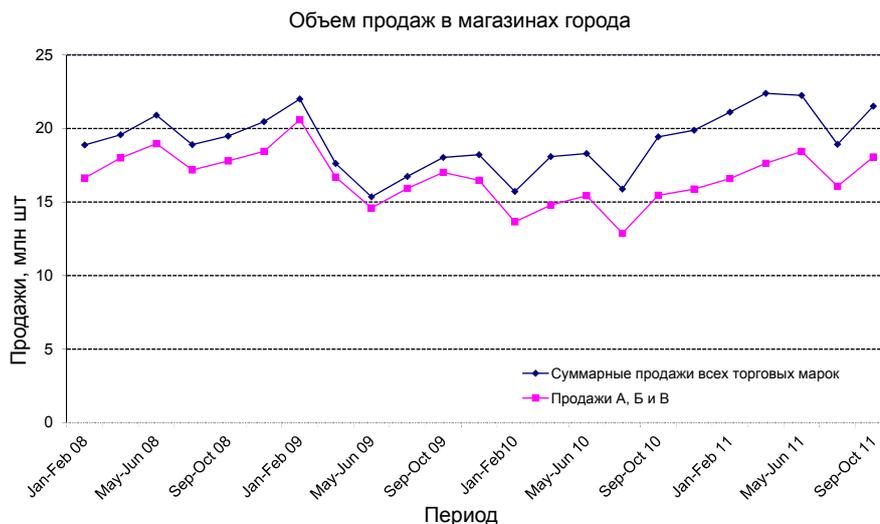


Рис. 1: Объемы продаж в супермаркетах города, млн шт. за двухмесячный период.

В высшем ценовом сегменте лидеров потеснили японские производители, которые активно наращивали присутствие на рынке с 2007 г. Японские подгузники рекламируются через Интернет, магазины детских товаров и родильные дома, в отличие от продуктов трех лидиру-

ющих компаний, которые в основном рекламируются на телевидении. Японские подгузники благодаря этому завоевали репутацию продуктов исключительного качества, недоступных широким массам. В низшем ценовом сегменте активно действовали европейские производители, чья агрессивная ценовая политика заставила лидеров рынка также снизить цены. Средний ценовой сегмент до сих пор практически полностью поделен между тремя наиболее крупными игроками.

Компания А потеряла 15,45% от своей доли в суммарной выручке по продажам в супермаркетах с начала 2008 г. Компания В нарастила свою долю на 11,62%, японские производители на 2,37%, ритейлерские марки (подгузники с торговой маркой магазина, в котором они продаются) на 1,7%. Компания Б и другие торговые марки остались практически на прежнем уровне. Доля японских производителей на рынке в целом, скорее всего, выросла еще сильнее, чем доля в продажах по универсальным магазинам, т.к. в основном японские подгузники продаются через другие каналы (Интернет, магазины детских товаров).

Под каждой торговой маркой выпускается несколько моделей подгузников. Интересно, что у каждой торговой марки есть лидирующая модель, выручка от которой в несколько раз больше выручки от других линий. Каждая модель представлена набором диапазонов для веса ребенка, например, 2–5 кг, 10–14 кг, и т.д. Обнаружилось, что продажи для различных диапазонов изменяются несинхронно (см. Рис. 2), что не позволяет объединить данные внутри одной модели.

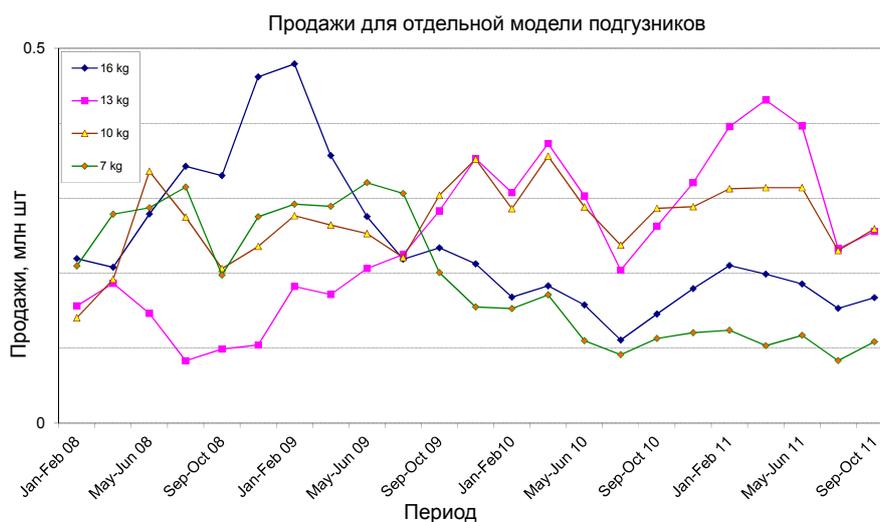


Рис. 2: Продажи одной из моделей подгузников для разных диапазонов масс ($\Delta mass$), указана нижняя граница диапазона.

3 Эмпирический подход

3.1 Описание модели

Вид функции полезности близок к таковому из Nevo (2001). Цена подгузников, как и цена на готовые завтраки, обычно относительно мала по сравнению с доходом потребителя. В связи с этим эффект дохода опускается и полезность линейна по цене.

Пусть имеется $t = 1, \dots, T$ рынков, на каждом из которых $i = 1, \dots, I_t$ потребителей. Рынок здесь определен как рынок подгузников в городе за двухмесячный период. Полезность потребителя i от потребления продукта j представляется следующим образом:

$$u_{ijt} = x_j \beta_i - \alpha_i p_{jt} + \xi_j + \Delta \xi_{jt} + \varepsilon_{ijt} \quad i = 1, \dots, I_t, \quad j = 1, \dots, J_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

где p_{jt} — цена продукта j на рынке t , x_j — вектор наблюдаемых (эконометристом) характеристик продукта, ξ_j обозначает ненаблюдаемые (эконометристом, опять же) характеристики, $\Delta\xi_{jt}$ — это их вариации для различных рынков, ε_{ijt} — случайный шок, специфичный для комбинации потребитель-продукт-рынок, имеющий распределение экстремальных значений первого типа. Средняя полезность от внешней альтернативы приведена к нулю.

Наблюдаемыми характеристиками для подгузника являются цена, количество в пачке, минимальный и максимальный вес, категория качества, объем рекламы. Ненаблюдаемые характеристики, постоянные для каждого продукта и обозначаемые как ξ_j , могут включать мягкость, комфорт и другие субъективные характеристики. Включить их в число регрессоров можно с помощью введения фиктивных переменных для каждой из моделей подгузников (при этом некоторые из наблюдаемых характеристик, постоянные для определенной модели, уже не будут присутствовать в наблюдаемых характеристиках — например, категория качества). Ненаблюдаемые характеристики $\Delta\xi_{jt}$ специфичны для каждого рынка. В их число может входить, к примеру, активность продвижения продукта в супермаркетах, что является существенным фактором при рассмотрении FMCG продуктов.

В полной модели

$$\begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \Pi D_i + \Sigma v_i, \quad v_i \sim N(0, I_{K+1}), \quad (2)$$

K — размерность вектора наблюдаемых характеристик, D_i — вектор демографических переменных размера $d \times 1$, Π — матрица коэффициентов размера $(K+1) \times d$, определяющая, как «вкусовые предпочтения» изменяются для разных людей, Σ — масштабирующая матрица.

Комбинируя уравнения (1)–(2) и разбивая набор параметров θ на две части — θ_1 и θ_2 (это необходимо для удобства дальнейших вычислений), получаем функцию полезности в следующем виде:

$$u_{ijt} = \delta_{jt}(\theta_1) + \mu_{ijt}(\theta_2) + \varepsilon_{ijt},$$

где $\delta_{jt} = x_j\beta - \alpha p_{jt} + \xi_j + \Delta\xi_{jt}$, $\mu_{ijt} = (p_{jt}, x_j)' \cdot (\Pi D_i + \Sigma v_i)$

Предполагается, что потребителя покупают одну единицу продукта, которая дает наибольшую полезность (в данном случае предполагается, что потребитель после выбора конкретной модели покупает фиксированное число подгузников). При известном совместном распределении D , v , ε и заданном наборе параметров θ теоретические доли рынки получаются с помощью интегрирования:

$$s_{jt} = \int I(u_{ijt} \geq u_{ikt}, \forall k) dP(D, v, \varepsilon).$$

Подгузники имеют одну особенность, которая отличает их от других дифференцированных продуктов. Каждый подгузник рассчитан на определенный диапазон масс. Если масса малыша выше максимальной или ниже минимальной отметки, маловероятно, что родители приобретут подгузник с таким диапазоном. Полная модель позволяет учесть это предположение, т.к. в ней моделируются данные о потребителях, в частности, вес малыша. Если ребенку не подходит диапазон масс подгузника, вероятность его покупки полагается равной нулю. Формально, $u_{ijt} = x_j\beta_i - \alpha_i p_{jt} + \xi_j + \Delta\xi_{jt} + \varepsilon_{ijt}$, если $\min w < \text{weight}_i < \max w$, иначе $u_{ijt} = -\infty$.

В спецификациях для предварительного анализа (logit, nested logit) $\alpha_i = \alpha$, $\beta_i = \beta \forall i$, т.е. вкусовые предпочтения одинаковы для всех потребителей. Спецификации logit и nested logit, а также процесс их оценивания приведены ниже. Расчеты для этих простых моделей будут полезны и при переходе к более сложной спецификации. Расчет для полной модели см. в разделе 3.1.

Logit

Функция полезности выглядит следующим образом:

$$u_{ijt} = x_j\beta - \alpha p_{jt} + \xi_j + \Delta\xi_{jt} + \varepsilon_{ijt}.$$

После интегрирования в предположении независимого распределения случайных шоков получаются теоретические доли рынка:

$$s_{jt} = \frac{\exp(x_{jt}\beta - \alpha p_{jt} + \xi_{jt})}{1 + \sum_{k=1}^J \exp(x_{kt}\beta - \alpha p_{kt} + \xi_{kt})}.$$

Разница логарифмов рыночных долей дает следующей выражение:

$$\ln(s_{jt}) - \ln(s_{0t}) = x_{jt}\beta - \alpha p_{jt} + \xi_{jt}.$$

Последнее уравнение линейно и могло бы быть оценено с помощью простого МНК, если бы все регрессоры были экзогенными. Но здесь исследователь сталкивается с проблемой эндогенности цен, которая возникает из нескольких источников, например, коррелированности ненаблюдаемых характеристик с ценами. Производители (в отличие от эконометриста) эти характеристики видят и устанавливают цены в соответствии с ними. Данный источник эндогенности полностью устраняется введением фиктивных переменных для моделей. Однако, есть и другие источники, например, эффект одновременности спроса и предложения. Хорошее место в магазине увеличивает продажи, но и стоит больше, приводя к росту цены. При усреднении данных по магазинам возникает ошибка измерения. Получается, что для получения состоятельных оценок МНК недостаточно, и возникает потребность в использовании инструментальных переменных, которые будут подробно описаны в разделе 3.2.

Nested logit

Данная спецификация позволяет задавать форму корреляции для продуктов с близкими характеристиками. Продукты произвольным образом разделяют на непересекающиеся группы. Далее ошибка задается таким образом, что ε 's независимы для продуктов из разных групп, но могут коррелировать внутри одной группы. В данной работе продукты разбивались на три группы в соответствии с категорией качества. Получаемое для данной модели уравнение

$$\ln(s_{it}) - \ln(s_{0t}) = x_j\beta - \alpha p_{jt} + \sigma \ln\left(\frac{s_{jt}}{g}\right) + \xi_{jt}$$

совпадает с таковым для спецификации logit, за исключением компоненты $\sigma \ln(s_{jt}/g)$, где s_{jt}/g — доля продукта в его группе, а σ — коэффициент корреляции внутри группы. Подробности см. в Berry (1994). Для состоятельной оценки уравнение требует дополнительного инструмента, который был бы коррелировал с внутригрупповой долей.

3.2 Инструментальные переменные

Как было замечено выше, проблема эндогенности лишь частично решается использованием фиктивных переменных на модели. Более того, полная модель требует набор инструментов для оценивания θ_2 , т.е. набора параметров, который отсутствовал в более простых спецификациях (в литературе принято называть набор θ_2 нелинейными параметрами, в отличие от θ_1). Нужно еще два дополнительных инструмента, помимо размерности θ_2 : один для учета эндогенности цены, и еще один для проведения теста на сверхидентификацию.

В качестве инструментов предложено использовать цены продукта на других рынках. Идентифицирующее предположение таково: при учете фиктивных переменных на модели шоки спроса независимы между рынками. Тогда цены на других рынках коррелированы с ценой продукта за счет общих издержек, но не скоррелированы с текущим шоком спроса благодаря предположению выше. Конечно, такое предположение может не соответствовать действительности, если на спрос влияют продолжительные по времени факторы, например, если стимулирующие спрос акции в супермаркетах делятся долго. В пользу этого предположения можно предложить тот факт, что подгузники являются продуктами из сферы FMCG, что означает очень динамичную торговлю и быстрые изменения активности по их продвижению в супермаркетах. Более того, дети растут, и целевая группа для каждого подгузника со временем меняется.

4 Данные и процесс оценивания

4.1 Данные

Большинство данных предоставлены одной из компаний, изучающих ситуацию на данном рынке. После предварительной обработки данные включают следующие переменные: рыночные доли, цены в реальном выражении (базовый год — 2007) на каждом рынке (в данной статье это рынок города в двухмесячный период, с января 2008 г. по октябрь 2011 г., всего 23 периода), характеристики продуктов, такие как категория качества, количество в пачке, диапазон масс, взвешенный рейтинг для рекламы на телевидении (weighted total rating points — wTRP — отражает количество просмотров телевизионной рекламы), торговая марка и модель. Данные по wTRP не доступны для последних трех периодов. Доля в группе — это доля в продажах для продукта внутри одной категории качества. Доля внешней альтернативы получена из оценки масштаба рынка.

Таблица 1: Описательная статистика

	Среднее	Ст. откл.	Min	Max
Цена	9,99	3,41	2,94	22,71
Доля на рынке	0,004	0,005	0	0,04
Доля в группе	0,015	0,016	0	0,12
Мин. вес	8,3	4,1	0	17
Макс. вес	20,2	21,5	4	100
Диапазон масс	11,9	19,5	2	88
wTRP	163	293	0	1263
wTRP общее	117	236	0	963

Для моделирования данных о потребителях использованы два источника. Первым является база данных RLMS.¹ Были выбраны жители исследуемого города, имеющие детей. Заявленный доход за последние 12 месяцев использовался как прокси для личного дохода. Второй источник — процентильные таблицы, отражающие распределение детей по весу для каждого возраста от 0 до 36 месяцев. Выборка весов делается в предположении, что каждый потребитель имеет равную вероятность иметь ребенка от 0 до 36 месяцев.

¹ «Российский мониторинг экономического положения и здоровья населения НИУ-ВШЭ (RLMS-HSE)», проводимый Высшей школой экономики и ЗАО «Демоскоп» при участии Центра народонаселения Университета Северной Каролины в Чапел Хилле и Института социологии РАН. Сайты обследования RLMS-HSE: www.cpc.unc.edu/projects/rlms и www.hse.ru/rlms.

4.2 Предварительная обработка данных

Изначально данные состояли из цен и объемов продаж для 1999 наименований за 23 двух-месячных периода. Из наименований были извлечены следующие данные: торговая марка, модель, количество в пачке, минимальный вес ребенка, максимальный вес ребенка, пол и форма подгузника (с застежкой или без).

Модели можно разбить на три категории качества. Категория качества присваивалась согласно экспертной оценке компании-заказчика.

Были также включены данные об уровне рекламы (измеренном в wTRP). Отдельно считался уровень рекламы для моделей и для торговой марки в целом. wTRP был подсчитан как взвешенная сумма TRP по телевизионной рекламе и спонсорству. В качестве весов использовалась длительность ролика, измеренная в 30-секундных интервалах. Оценки wTRP, предоставленные заказчиком, совпадают с оценками в данной работе, начиная с середины 2008 г., но существенно выше в более ранние периоды. Был сделан соответствующий вывод: методика подсчета в компании изменилась в середине 2008 г., поэтому в работе использованы собственные оценки во избежание несостоятельности, связанной со сменой методики. Оценки для уровня рекламы, использованные в Маркус (2011), автор считает не подходящими для целей настоящей статьи. Маркус (2011) использует wSOW (weighted share of voice), который в имеющихся данных отражает долю рекламы для трех вышеупомянутых лидирующих торговых марок и еще одной компании. Т.к. других данных по дополнительной компании нет, использование wSOW представляется нецелесообразным.

Цены были выражены в ценах декабря 2007 г., в качестве дефлятора использовался ИПЦ для изучаемого региона из данных Росстата. Также был оценен размер рынка для подсчета доли внешней альтернативы. Были сделаны следующие предположения: в среднем ребенку нужно 3 подгузника в день, и средний возраст прекращения их использования составляет 3 года. Количество детей младше трех лет в каждом году было взято из данных Росстата и аппроксимировано линейно для более коротких периодов.

4.3 Процедура оценивания

Здесь приведено описание процедуры оценивания для полной модели. Для получения оценок параметров нужно в некотором смысле минимизировать расстояние между теоретическими и реальными долями рынка. Как это сделать? Здесь пригодится вышеупомянутое разбиение набора параметров. Набор θ_2 позволяет оценить $\Delta\xi_{jt}$ как функцию от набора параметров θ_1 . Обозначим эту оценку как $\omega(\theta)$. Если имеется набор инструментов Z , таких что $\mathbb{C}(Z, \Delta\xi_{jt}) = 0$, $\omega(\theta)$ следует подобрать так, чтобы по возможности ближе удовлетворить этому условию. Т.к. это в точности моментное условие, можно воспользоваться существующими методами, а именно применить обобщенный метод моментов (ОММ). Для получения оценок параметров нужно найти точку минимума целевой функции ОММ:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \omega(\theta)' Z \Phi^{-1} Z' \omega(\theta),$$

где Φ — состоятельная оценка для $\mathbb{E}[Z' \omega \omega' Z]$. $\omega(\theta)$ получается из решения неявной системы уравнений $s_t(\delta_t; \theta_2) = S_t$ для среднего уровня полезности δ_t . Для спецификации logit $\delta_{jt} = \ln(s_{jt}) - \ln(s_{0t})$. Для полной модели решение находится численно:

$$\delta_t^{h+1} = \delta_t^h + \ln S_t - \ln s(\delta_t^h, \theta_2),$$

где S_t — реальные доли рынка, а $s(\delta_t^h, \theta_2)$ — теоретические, определяемые методом Монте-Карло:

$$s_{jt} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H s_{jti} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \frac{\exp(\delta_{jt} + \mu_{jti}(\theta_2))}{1 + \sum_{m=1}^J \exp(\delta_{mt} + \mu_{mti}(\theta_2))}.$$

H — это наименьшее целое число, такое что $\|\delta_t^H - \delta_t^{H-1}\|$ меньше заданного исследователем значения. δ_t^H является приближением для δ_t . С его помощью можно получить $\omega(\theta)$, оценку для $\Delta\xi_{jt}$:

$$\Delta\xi_{jt} \equiv \delta_{jt}(S_t; \theta_2) - (x_{jt}\beta - \alpha p_{jt}),$$

$$\omega_{jt}(\theta) = \delta_{jt}^H(S_t; \theta_2) - (x_{jt}\beta - \alpha p_{jt}).$$

Теперь можно найти точку минимума целевой функции ОММ. Это удобно сделать в два этапа для повышения скорости вычислений:

$$\min_{\theta_1, \theta_2} \text{GMMObj}(\theta_1, \theta_2) = \min_{\theta_2} (\min_{\theta_1} \text{GMMObj}(\theta_1, \theta_2)).$$

Вышеприведенные расчеты сделаны в Matlab 7.11. Спецификации logit и nested logit оценивались с помощью Stata 11.

Вследствие использования несбалансированной панели возникает специфическая проблема. Количество наблюдений варьируется от периода к периоду вследствие двух причин:

- Урезанная выборка: если доля продукта ниже определенного порога, то в соответствующем периоде данные о нем отсутствуют (это особенность сбора информации).
- Отсутствующий инструмент: данные о продукте отсутствуют в периоде, цена в котором выбрана как инструмент.

Вопрос состоит в том, как следует поступить с продуктами, для которых есть пропущенные наблюдения. Маркус (2011) при оценивании полной модели отбрасывает такие наблюдения и тем самым неявно относит их к внешней альтернативе. При этом полезности продуктов перекалибровываются так, чтобы соответствовать реальным долям рынка при условии нулевой полезности от внешней альтернативы.

Но если пропущенные продукты включены в долю внешней альтернативы, ее полезность уже не получится нормализовать к нулю. В соответствии со свойствами спецификации logit, она будет равна $\ln(1 + \sum_i \exp(\delta_i))$, где суммирование происходит по всем включенным продуктам.² Это приводит к такому же сдвигу в оценке средних полезностей. Так как сдвиг будет отличаться для разных периодов, его невозможно будет учесть как часть константы в линейной части модели. Как следствие, возможны смещенные оценки коэффициентом и падение уровня значимости для них.

В работе предложен простой способ справиться с этой проблемой. Продукты с отсутствующими инструментами можно использовать для расчета средней полезности, затем исключив их из ОММ. Это решает вышеупомянутую проблему, хотя остается возможность смещения оценок ОММ вследствие урезанности выборки.³

5 Результаты

Предварительный анализ включает спецификации logit и nested logit. Сначала оценивается logit с помощью МНК (logit в таблице 2), затем с использованием инструментальных переменных (IV-logit в таблице 2, описание инструментов см. в разделе 4). Обе регрессии

²Можно привести простой пример, иллюстрирующий проблему. Пусть есть продукты 1, 2, 3 и внешняя альтернатива. Их средние полезности — $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ и 0, рыночные доли — s_1, s_2, s_3, s_0 , соответственно. Если данные о продукте 3 отсутствуют, и он включается в долю внешней альтернативы ($s_0^* = s_0 + s_3$), то оценка logit равна $\hat{\delta}_1 = \ln(s_1) - \ln(s_0^*) = \delta_1 - \ln(1 + e^{\delta_3})$.

³Если особенности инструмента (т.е. слишком низкая доля на рынке) коррелирована с регрессорами других периодов.

содержат цену (price), количество в пачке (numpack), минимальный и максимальный веса (min w, max w), диапазон масс (Δ mass), уровень рекламы для моделей (ad), уровень рекламы для торговых марок (adg), а также фиктивные переменные для моделей (не включены в таблицу из-за их большого количества — 20 переменных).

Таблица 2: Предварительный анализ. Первая колонка содержит результаты оценивания logit с помощью МНК, вторая — результаты оценивания logit с помощью 2ШМНК, третья показывает оценки в результате 2ШМНК для nested logit.

	logit DeltaLogSh	IV-logit DeltaLogSh	nested logit DeltaLogSh
price	-0,20*** (-0,02)	-0,63*** (-0,06)	0,043 (-0,029)
numpack	0,0070*** (-0,0019)	-0,010*** (-0,0037)	0,0026** (-0,0012)
min w	0,17*** (-0,02)	0,32*** (-0,03)	-0,008 (-0,015)
Δ mass	-0,0067*** (-0,0024)	-0,0002 (-0,0033)	-0,0005 (-0,0010)
ad	0,000053 (-0,00016)	0,00018 (-0,00026)	0,00031*** (-0,00008)
adg	-0,00040*** (-0,00015)	-0,00043* (-0,00025)	-0,00050*** (-0,00008)
lognestsh	—	—	1,04*** (-0,04)
Intercept	-4,31*** (-0,36)	0,09 (-0,72)	-0,45** (-0,22)
Observations	3371	1717	1717

В скобках приведены стандартные ошибки.

Статистическая значимость на 0,1% (***) , 1% (**) и 10% (*) уровнях.

Коэффициент при цене для спецификации logit, как и ожидалось, отрицательный (полезность потребителя обычно уменьшается с ростом цены). Чувствительность к цене должна быть занижена из-за проблемы эндогенности. Действительно, при переходе к инструментальной регрессии коэффициент больше по абсолютному значению, и эта разница значима на 1%-ом уровне. Это говорит в пользу выбранных в данной работе инструментальных переменных.

Эффект рекламы для моделей положительный для обеих регрессий, т.е. люди получают бóльшую полезность от активно рекламируемого продукта. Однако, реклама для торговой марки в целом показывает негативный эффект. Это может быть результатом еще одной проблемы эндогенности — реклама более интенсивна, когда падает спрос.

В результате оценивания nested logit получаются незначимые коэффициенты для большинства переменных. Более того, коэффициент при lognestsh (доля среди продуктов той же категории качества) больше единицы (этот коэффициент должен отражать корреляцию), что может говорить о том, что разбиение по категориям качества не отражает действительных предпочтений и модель некорректна. По этой причине здесь приводится таблица эластичностей только для спецификации logit (см. таблицу 3).

Спецификация logit подразумевает определенную структуру для эластичностей, ее можно видеть в таблице 3. Когда изменяется цена на один из продуктов, рыночные доли всех остальных изменяются пропорционально. Более того, эластичности для продуктов с непрерывающимися весовыми категориями ненулевые и близки к эластичностям из одной категории, хотя в действительности потребители должны переключаться на продукты, которые соответствуют им по весу.

Таблица 3: Эластичности спроса по цене, рассчитанные из результатов logit-оценивания. Эластичность спроса на каждый продукт по отношению к цене продукта j одинакова для всех продуктов (исключая сам продукт j), поэтому перекрестные эластичности представлены одной колонкой. Первый знак в коде модели указывает на торговую марку, дальнейшие определяют модель. Продукты выбраны так, чтобы представлять различные веса и ценовые категории.

Номер	Код модели	Кол-во в пачке	Мин. вес	Макс. вес	Собственная эластичность	Перекрестная эластичность
1	A008	28	2	5	-4,155	0,038
2	A011	26	5	9	-4,824	0,037
3	A005	13	7	18	-4,201	0,037
4	A011	86	8	14	-4,429	0,050
5	A011	66	8	14	-4,957	0,036
6	A011	78	10	16	-4,883	0,040
7	B015	30	10	14	-7,318	0,063
8	B015	28	13	20	-7,963	0,060
9	B024	27	2	5	-4,143	0,047
10	B023	82	4	9	-4,290	0,047
11	B023	22	4	9	-5,147	0,044
12	B023	20	7	18	-5,611	0,112
13	B023	54	7	18	-5,448	0,044
14	B023	44	11	25	-6,302	0,070
15	B023	16	11	25	-6,993	0,057

Таблица 4: Результаты оценивания полной модели со случайными коэффициентами. Первая колонка содержит результаты оценивания спецификации, где в качестве нелинейного регрессора используется доход ($price \times income$ — это часть коэффициента, которая меняется вместе с доходом). Во второй колонке в качестве регрессора использовалась выборка из стандартного нормального распределения («вкусовые предпочтения»).

	Коэффициенты полной модели	
	(1)	(2)
price	-1,695*** (-0,495)	-2,026*** (-0,440)
numpack	-0,037*** (-0,014)	-0,052*** (-0,015)
min w	0,663*** (-0,110)	0,767*** (-0,102)
$\Delta mass$	0,008 (-0,008)	0,004 (-0,008)
ad	0,002** (-0,001)	0,002** (-0,001)
adg	-0,002** (-0,001)	-0,002** (-0,001)
price \times income	-0,075*** (-0,029)	-
price \times RanDem	-	-0,963*** (-0,251)

В скобках приведены стандартные ошибки.

Статистическая значимость на 0,1% (***) , 1% (**) и 10% (*) уровнях.

Для полной модели было испробовано несколько спецификаций с разными наборами регрессоров в нелинейной части. Лишь самые простые из них, со случайными коэффициентами при цене, выдавали значимые коэффициенты. Добавление гетерогенности по доходу или «вкусовым предпочтениям» к другим характеристикам приводило к большим стандартным ошибкам. Это может означать, что потребители в основном неоднородны по их отношению к цене и похожи в отношении других характеристик. Результаты для двух спецификаций приведены в таблице 4.

J -статистика в обоих случаях больше 30, что отвергает спецификацию модели. Возможным решением для улучшения качества модели может быть, к примеру, добавление количества детей (или количества подгузников, нужных ребенку, что в данной работе является сильным предположением) в число параметров, которые оцениваются в процедуре ОММ.

Разница для коэффициентов линейной части статистически незначима для двух спецификаций. Коэффициент при цене отрицательный и по абсолютному значению значительно больше такового в спецификации *logit*. Нужно заметить, что качественно результаты для цены и других характеристик остались такими же. Реклама стала значимой на 10%-ом уровне.

Наиболее интересные результаты можно видеть в таблице эластичностей (см. таблицу 5). Эластичность спроса по цене выглядит более близкой к действительности, чем эластичность в спецификации *logit*. Модель отражает специфику рынка: перекрестные эластичности велики для продуктов из одного диапазона масс, меньше для частично перекрывающихся диапазонов, нулевые для неперекрывающихся. Продукты одной торговой марки имеют тенденцию быть более близкими заменителями. Более того, таблица отражает ситуацию на рынке — можно видеть, что продукты компании А наиболее подвержены ценовым атакам (большая эластичность спроса по цене других продуктов). Как было отмечено в разделе 2, доля компании А на рынке сильно упала в указанный период.

6 Выводы и направления дальнейшей работы

В работе изучается спрос на подгузники в одном из российских городов с помощью моделей дискретного выбора. Она включает краткий обзор литературы и описание предварительной обработки данных. Необходимые вычисления сделаны с использованием Excel 2003, Stata 11, SPSS. Расчеты для полной модели со случайными коэффициентами проведены в Matlab 7.11.

Спецификации *logit* и *nested logit* оценены в качестве предварительного анализа. Результаты *nested logit* указывают на неадекватное априорное разбиение, что является частой проблемой для GEV-моделей (*generalized extreme value*). Полученная из модели *logit* структура спроса нереалистична, но качественные выводы для потребительской функции полезности сохраняются и в полной модели.

Полная модель со случайными коэффициентами позволяет получить более реалистичную структуру спроса и отражает специфику рынка. Однако спецификация модели отвергается и причины этого требуют дальнейшего анализа.

Для будущих исследований можно указать три направления. Во-первых, можно изучить возможности для использования других инструментов и их оптимальность. Например, могут быть использованы некоторые комбинации цен на модели от одного производителя в тот же период — благодаря общим издержкам, но, возможно, разным фактором, влияющим на спрос (особенно для разных весовых диапазонов). Во-вторых, проблема урезанной выборки может решаться и моделироваться в явном виде. Наконец, качество демографических данных оставляет желать лучшего. Может оказаться полезным как пытаться найти лучшие данные по доходам и распределению детей по весам, так и рассмотреть другие характеристики, такие как пол ребенка или количество детей в семье.

Таблица 5: Перекрестные и собственные эластичности для некоторых продуктов. Первый знак в коде модели обозначает торговую марку и дальнейшие знаки обозначают модель. Продукты были выбраны так, чтобы представлять различные веса и ценовые категории. Цветом выделены наибольшие значения.

Номер	Код модели	Количество в папке	Минимальный вес	Максимальный вес	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
					-1,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,050	0	0,001	0
1	A008	28	5	9	-1,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,022	0	0	0	0	0
2	A011	26	5	9	0	-3,859	0,067	0,018	0,012	0	0	0	0	0	0,022	0,036	0,021	0,009	0	0
3	A005	13	7	18	0	0,016	-6,992	0,120	0,064	0,075	0,022	0	0	0	0,004	0,005	0,049	0,025	0,002	0,002
4	A011	86	8	14	0	0,006	0,153	-4,414	0,045	0,056	0,012	0	0	0	0,002	0,001	0,021	0,012	0,001	0,001
5	A011	66	8	14	0	0,018	0,374	0,205	-11,24	0,131	0,045	0	0	0	0,004	0,005	0,069	0,036	0,003	0,005
6	A011	78	10	16	0	0	0,174	0,102	0,052	-6,768	0,053	0,001	0	0	0	0,025	0,014	0,004	0,006	0,006
7	B015	30	10	14	0	0	0,029	0,012	0,010	0,030	-2,988	0,002	0	0	0	0,010	0,004	0,006	0,014	0,014
8	B015	28	13	20	0	0	0	0	0	0	0,002	-0,668	0	0	0	0	0	0,001	0,001	0,001
9	B024	27	2	5	0,047	0	0	0	0	0	0	0	-0,616	0	0	0	0	0	0	0
10	B023	82	4	9	0	0,007	0,006	0,002	0,001	0	0	0	0	0	-0,355	0,002	0,001	0,001	0	0
11	B023	22	4	9	0	0,014	0,008	0,002	0,001	0	0	0	0	0	0,002	-0,464	0,003	0,001	0	0
12	B023	20	7	18	0	0,003	0,030	0,010	0,007	0,007	0,005	0	0	0,001	0,001	-0,894	0,004	0,004	0	0,001
13	B023	54	7	18	0	0,002	0,027	0,010	0,007	0,007	0,004	0	0	0	0,001	0,008	-0,782	0	0	0
14	B023	44	11	25	0	0	0,001	0	0	0,001	0,003	0	0	0	0	0	0	-0,228	0,002	0,002
15	B023	16	11	25	0	0	0,003	0,001	0,001	0,003	0,011	0,001	0	0	0	0,001	0	0,003	-0,711	-0,711

Список литературы

- Маркус, Д. (2011). *Оценка структуры спроса в отрасли с дифференцированными продуктами на примере рынка подгузников в Москве*. Магистерская диссертация, Российская экономическая школа.
- Ben-Akiva, M.E. (1974). Structure of passenger travel demand models. *Transportation Research Record* 526, 26–42.
- Berry, S.T. (1994). Discrete choice models of oligopoly product differentiation. *RAND Journal of Economics* 25, 242–262.
- Berry, S.T., J. Levinsohn & A. Pakes (1995). Automobile prices in market equilibrium. *Econometrica* 63, 841–890.
- McFadden, D. (1973). *Conditional logit Analysis of Qualitative Choice Behavior*. New York: Academic Press.
- Nevo, A. (2000). A practitioner's guide to estimation of random-coefficients logit models of demand. *Journal of Economics and Management Strategy* 9, 513–548.
- Nevo, A. (2001). Measuring market power in the ready-to-eat cereal industry. *Econometrica* 69, 307–342.
- Train, K. (2009). *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Discrete choice modeling and demand estimation for diapers

Anna Anikina

New Economic School, Moscow, Russia

The paper examines the demand structure for diapers in one of Russian cities with the use of a discrete choice model with random coefficients in consumer utilities. As a first step, logit and nested logit specifications are estimated. The market-level information for sales volumes, prices and other product characteristics is used. An unbalanced bimonthly panel for the period from 2008 to 2011 is available. At the second stage, the full model adapted from Berry, Levinsohn & Pakes (1995) and Nevo (2001) is estimated. Additional features are added to the model to capture the market specifics. *Keywords: discrete choice models, random coefficient models, differentiated products, demand estimation*

JEL Classification: C15, C23, C25, C51, L22

Статьи: макроэконометрика

Монетарные политические бизнес-циклы: новые демократии^{*}

Анастасия Бурковская[†]

Университет Калифорнии в Лос-Анджелесе, Лос-Анджелес, США

В данной работе ставится вопрос, манипулируют ли политики монетарными инструментами для того, чтобы выиграть выборы в новых демократиях. Данный вопрос интересен, поскольку центральный банк в новых демократиях, как правило, не является абсолютно независимым. Я тестирую модели оппортунистических политических циклов с адаптивными и рациональными ожиданиями. Выборка стран состоит из 8 новых демократий, которые анализируются индивидуально с помощью векторных авторегрессий, а также с помощью обычных авторегрессий для каждой величины. Результаты отвергают присутствие политических бизнес-циклов с адаптивными ожиданиями из-за отсутствия какого-либо влияния манипуляций с монетарной политикой на ВВП. С другой стороны, в Венгрии, России и Мексике присутствуют политические циклы с рациональными ожиданиями. Денежная база растёт перед выборами и уменьшается после них, но из-за рациональных ожиданий это не имеет никакого влияния на реальные переменные. В остальных странах гипотеза о присутствии монетарных политических циклов отвергается, хотя в некоторых из них присутствуют сигналы о возможном наличии предвыборных манипуляций с фискальными переменными.

Ключевые слова: оппортунистические политические бизнес-циклы, монетарная политика, центральный банк, фискальная политика

Классификация JEL: E32, E52, E58, E62

1 Введение

Результаты выборов часто зависят от экономической обстановки в стране. Поэтому политики пытаются манипулировать экономическими переменными перед выборами, что из-за цикличности выборов создает циклы в экономике. Инструментами для «управления» экономикой являются монетарная и фискальная политики.

В последние 35 лет, начиная с тех пор, когда появилась первая модель политических бизнес-циклов, было проведено большое количество эмпирических исследований в данной области. Но результаты в разных работах отличались даже на уровне одной конкретной страны. Из-за того, что качественные данные существовали только по более развитым странам, большинство эмпирических тестов ограничивались только ими. Позже экономисты прекратили изучать монетарные политические бизнес-циклы из-за того, что в развитых странах центральные банки получили независимость от президента и парламента. Это привело к тому, что в течение последних 15 лет исследования проводились только в области фискальной политики. Но теперь, по прошествии некоторого времени, стали доступны данные по новым демократиям. Более того, из-за того, что в этих странах, как правило, независимость

^{*}Цитировать как: Бурковская, Анастасия (2013). «Монетарные политические бизнес-циклы: новые демократии», Квантиль, №11, стр. 75–90. Citation: Burkovskaya, Anastasia (2013). “Monetary political business cycles: new democracy setting,” *Quantile*, No.11, pp. 75–90.

[†]Адрес: 8283 Bunche Hall, Los Angeles, CA 90095, USA. Электронная почта: burkaru@ucla.edu

центрального банка вызывает сомнения, имеет смысл протестировать монетарную политику на присутствие политических бизнес-циклов. Поэтому я пытаюсь заполнить образовавшийся пробел в области исследований монетарной политики. Вопрос, который ставится в данной работе, — это существуют ли до сих пор монетарные политические бизнес-циклы?

Здесь изучаются только оппортунистические циклы. Обычно политические бизнес-циклы анализируются с помощью индивидуальных, либо панельных регрессий. С другой стороны, более естественно оценивать монетарную политику с использованием векторных авторегрессий (VAR). Поэтому в данном случае я тестирую наличие монетарных политических бизнес-циклов с помощью индивидуальных VAR. Я не оцениваю панельную векторную авторегрессию из-за того, что проводимая странами политика настолько различна, что данный подход представляется крайне ненадежным.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 представлен обзор литературы. В разделе 3 приводится обзор данных. Оцениваемая модель описана в разделе 4. Раздел 5 содержит результаты по 8 исследуемым странам. Приложение содержит некоторые результаты оценивания.

2 Обзор литературы

Самая первая работа в области политических бизнес-циклов была представлена Нордхаусом в 1975 году. В своей модели он использует адаптивные ожидания и кривую Филипса для того, чтобы получить предвыборную экспансию экономики с более высокими инфляцией и ВВП и низкой безработицей, а в послевыборный период — рецессию. После революции рациональных ожиданий Rogoff & Sibert (1988), а затем и Persson & Tabellini (1990) представили модели политических бизнес-циклов с рациональными ожиданиями. Основным результатом использования «умных» избирателей в модели стала высокая инфляция, но уже без какого-либо влияния на реальные переменные, выпуск и безработицу. Drazen (2000) предложил новую модель «активной фискальной, пассивной монетарной» (AFPM) политики, где присутствует разделение обязанностей в проведении фискальной и монетарной политики между правительством и независимым центральным банком. Правительство увеличивает траты перед выборами, а центральный банк вынужден увеличивать денежную массу для того, чтобы препятствовать росту процентных ставок. В итоге данная модель генерирует более высокие траты, процентные ставки, рост денежной массы и ВВП до выборов.

На данный момент существует огромное количество эмпирических тестов существующих моделей. Shi & Svensson (2002) обнаружили падение госпрофицита в электоральные годы в панельной регрессии по 91 стране. Persson & Tabellini (2003) провели исследования бюджетных циклов в развитых странах и обнаружили их в доходах госбюджета. Brender & Drazen (2005) сравнили новые демократии с существующими, результатом чего были «циклы госдефицита» только в новых демократиях. Akhmedov & Zhuravskaya (2004) протестировали оппортунистические циклы в России по ежемесячным региональным данным. Они продемонстрировали «недолгосрочные бюджетные циклы» с величиной, зависящей от «уровня демократии, свободы медиа, прозрачности правительства и времени». Alesina, Cohen & Roubini (1991) изучили «макроэкономические электоральные циклы» в странах ОЭСР. Они обнаружили сильное присутствие предвыборного роста денежной массы. В работе Hallerberg & Souza (2000) показано на примере стран Восточной Европы, что страны с гибким обменным курсом и зависимым центральным банком демонстрируют более слабую монетарную политику в электоральные годы по сравнению со странами, выбравшими фиксированный курс, которые предпочитают использование фискальных инструментов.

3 Данные

Выборка включает в себя квартальные данные по 8 новым демократиям за различные для каждой страны промежутки времени. Большинство периодов имеют длину 15 лет. Данные по ВВП (GDP), ИПЦ (CPI), денежной базе (M0) и профициту госбюджета для большинства стран были взяты из баз данных Datastream и IFS. Данные по профициту для России гораздо длиннее на stats.hse.ru. Данные по реальному эффективному обменному курсу есть в общественном доступе на сайте Банка международных расчетов. Список исследуемых стран включает в себя Бразилию, Чехию, Венгрию, Мексику, Перу, Польшу, Россию и Турцию. Данный список стран составлен из аналогичного ему в Brender & Drazen (2005) и ограничен доступностью данных, а также странами, в которых имеет смысл оценивать монетарную политику; часть стран была удалена из-за строгой привязки их валюты к евро или доллару. Изучаются и парламентские, и президентские выборы. Все данные очищены от сезонности. Для оценивания я использую логарифмические разности для ВВП, ИПЦ и денежной базы, как величины роста данных переменных. Из-за того, что профицит бюджета может в реальности быть дефицитом, его рост определяется как относительное приращение $(x_t - x_{t-1})/x_{t-1}$. Для эффективного реального обменного курса берется его отклонение от тренда, где тренд в свою очередь получен с помощью фильтра Годрика–Прескотта. Все полученные ряды проверены на стационарность.

4 Оцениваемая модель

Я оцениваю следующий структурный VAR для тестирования на присутствие монетарных политических циклов:

$$Y_t = a_0 + A_0 Y_t + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + B \cdot elect_t + U_t \quad (1)$$

где в векторе $Y_t = (bb_t, er_t, gdp_t, inf_t, m0_t)'$ bb — рост профицита госбюджета, er — отклонение от тренда реального эффективного обменного курса, gdp — рост ВВП, inf — инфляция, $m0$ — рост денежной базы; $elect_t$ — вектор из электоральной фиктивной переменной, а также ее лагов, где переменная принимает значение 1, если выборы проводятся в квартал t ; a_0 — вектор констант; A_0 — нижнетреугольная матрица с нулями на основной диагонали; A_k — матрица 5×5 из коэффициентов для лагов Y_t ; B — матрица коэффициентов размера $5 \times k$, где k — количество лагов электоральной дамми; U_t — вектор структурных шоков, которые являются независимыми и одинаково распределенными с нулевыми ковариациями.

В странах с монетарными политическими циклами в уравнении для денежной массы я ожидаю увидеть положительный коэффициент у предвыборной электоральной фиктивной переменной, а также отрицательный коэффициент у электоральных фиктивных переменных, следующих после выборов. Для определения вида ожиданий имеет смысл посмотреть на коэффициенты у электоральных фиктивных переменных в уравнении для роста ВВП. Классическая теория политических циклов с рациональными ожиданиями предсказывает предвыборную монетарную экспансию, которая не должна иметь никакого влияния на реальные переменные. Это происходит потому, что в равновесии все ожидают этой экспансии, и центробанк печатает деньги. Если центробанк поведет себя по-другому, то экономика окажется в рецессии. Таким образом, если коэффициенты в околорыборные кварталы положительные, это сигнализирует о возможном наличии адаптивных ожиданий в модели, потому что только адаптивные ожидания генерируют влияние монетарной экспансии на выпуск. Но для этого также должен присутствовать рост денежной массы и отсутствовать фискальная причина (изменение в профиците бюджета), в противном случае предвыборный рост выпуска может быть вызван фискальной экспансией экономики. Но если присутствует фискальная экспан-

сия или ВВП ведет себя типичным образом, то можно сделать заключение о том, что мы имеем дело с рациональными ожиданиями.

Процедура, используемая для проверки робастности, состоит из двух шагов. Сначала я оцениваю обыкновенный VAR без электоральных фиктивных переменных:

$$Y_t = a_0 + A_0 Y_t + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + U_t \quad (2)$$

Вторым шагом я оцениваю регрессию остатков на электоральные фиктивные переменные:

$$U_t = B * elect_t + \epsilon_t \quad (3)$$

где ϵ_t — вектор независимых и одинаково распределённых шоков.

Оба способа оценивания должны давать схожие результаты. Также я делаю дополнительную проверку робастности с помощью обычной авторегрессии. Результаты от авторегрессии для каждой переменной с учетом электоральных дамми должны совпадать с основными результатами. Количество лагов для каждой переменной в каждой стране выбирается отдельно с помощью информационного критерия Шварца.

5 Результаты

Перед проведением основного оценивания я выбираю количество лагов с помощью информационного критерия. Наилучшее число эндогенных лагов — это 1, для электоральных фиктивных переменных — это 2. В любом случае, полученные результаты робастны к выбору количества лагов. Результаты оценивания приведены в Приложении.

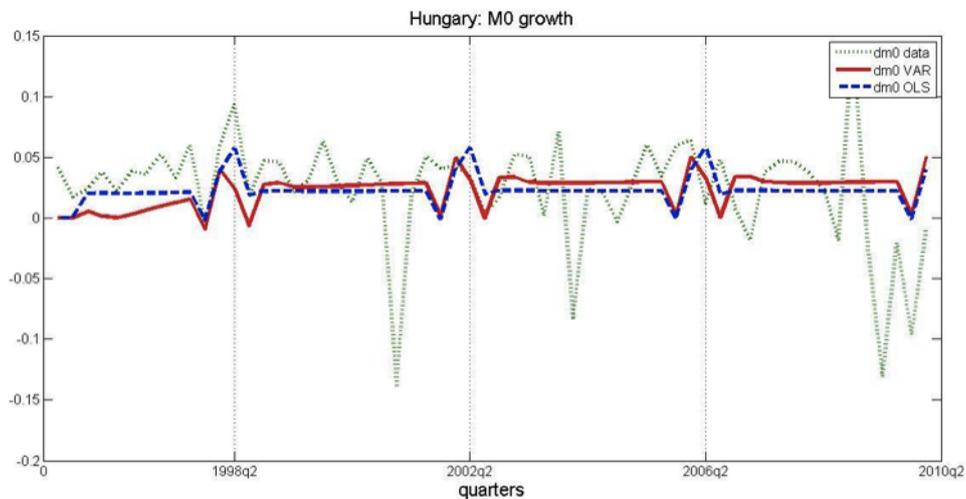


Рис. 1: Рост M0 в Венгрии: данные, векторная и скалярная авторегрессии

5.1 Страны с присутствием монетарных политических циклов

Монетарные политические циклы были обнаружены в Венгрии, Мексике и России. Я привожу графики с реальными данными, а также оцененным VAR и авторегрессией для роста денежной базы и роста ВВП. График для оцененных уравнений был построен следующим образом. Я генерирую динамику полученного VAR и обычной авторегрессии, используя нулевые начальные данные и предполагая отсутствие каких-либо шоков. Я не демонстрирую

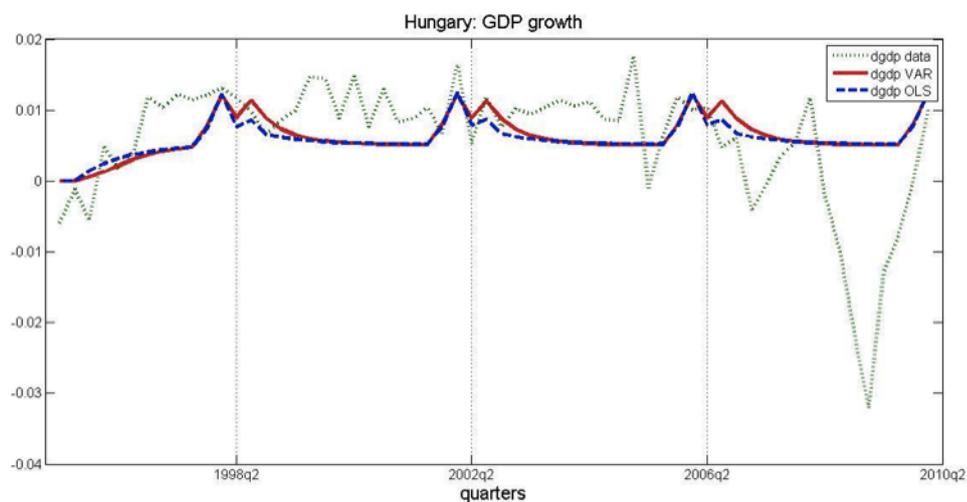


Рис. 2: Рост ВВП в Венгрии: данные, векторная и скалярная авторегрессии

аналогичных графиков для инфляции и роста профицита госбюджета, поскольку они объясняют динамику реальных данных довольно плохо. Такое поведение инфляции можно объяснить короткой жизнью политических циклов в данных странах. Рост и уменьшение денежной базы происходят так близко по времени, что инфляция реагирует на оба события примерно в одно и то же время. Также я не показываю графиков для отклонений реального обменного курса от тренда, потому что это не имеет прямого отношения к политическим циклам: эта переменная важна только для контроля монетарной политики. Сетка на графике обозначает электоральные кварталы.

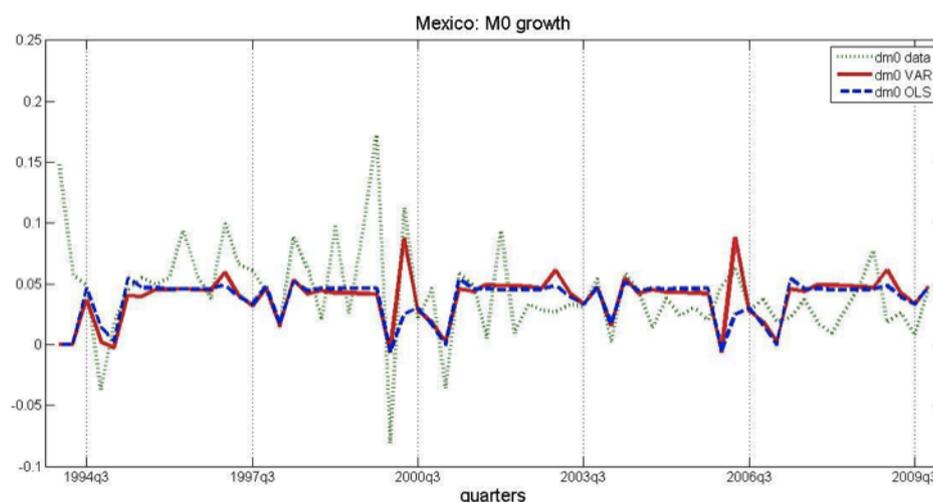


Рис. 3: Рост M0 в Мексике: данные, векторная и скалярная авторегрессии

Результаты показывают более высокий рост для M0 и ВВП за один квартал до выборов в Венгрии. Обе процедуры для проверки робастности подтверждают результат. Несмотря на то, что ВВП демонстрирует более высокий рост при монетарной экспансии, это происходит в один и тот же квартал, но монетарная политика не может оказывать настолько быстрое влияние на экономику. Поэтому скорее всего рост ВВП вызван фискальными манипуляция-

ми.

Динамика $M0$ похожа друг на друга для VAR и обычной авторегрессии. За исключением 2006 года данные показывают увеличенный рост денежной базы до выборов и падение после. С другой стороны, даже в 2006 году $M0$ демонстрирует схожее поведение, но на квартал раньше. Поэтому поведение денежной массы явно указывает на присутствие монетарных политических циклов в Венгрии.

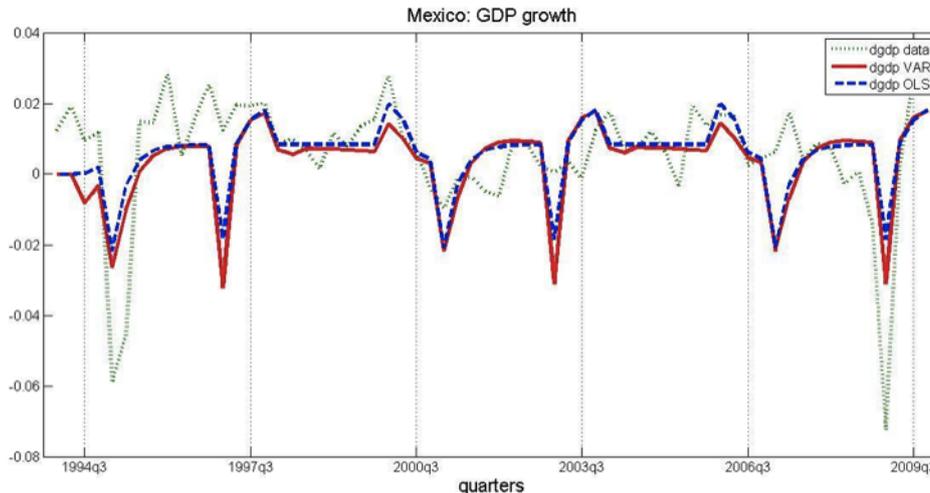


Рис. 4: Рост ВВП в Мексике: данные, векторная и скалярная авторегрессии

Можно заметить, что рост ВВП Венгрии выше среднего перед выборами и ниже после. Обе оценки демонстрируют это поведение, что опять же указывает на присутствие политических циклов. С другой стороны, по-моему мнению, ВВП растет быстрее из-за каких-то немонетарных причин. Я делаю такое заключение, потому что скорость влияния монетарной политики на экономику обычно происходит не ранее следующего квартала. Поэтому Венгрия показывает монетарные политические циклы с рациональными ожиданиями, в то время как поведение ВВП определяется фискальными причинами.

Мексиканские парламентские выборы проходят каждые три года, что в два раза чаще президентских. Более того, президентские выборы всегда совпадают с парламентскими. Я оцениваю как модель только с парламентскими дамми, так и с разными дамми для президентских и тех парламентских выборов, которые проходят без президентских. В первом квартале 2003 года данные показывают огромный выброс в росте профицита, который влияет на результаты для предвыборных фиктивных переменных. С другой стороны, эти результаты не имеют статистической значимости, поэтому оценивание проводится без использования данных из этого квартала, что совершенно не влияет на значимые переменные. Результаты демонстрируют присутствие монетарных политических циклов в Мексике для обоих типов выборов. Правительство печатает деньги в квартале перед выборами и уменьшает денежную базу два квартала после. В целом нет различия в результатах между разными способами оценивания, исключая рост ВВП. Во время президентских выборов рост ВВП ниже в течение электорального квартала без какой-либо монетарной причины. Процедуры проверки робастности подтверждают полученные результаты и показывают манипуляции с ростом ВВП в кварталы, близкие к выборам. Рост ВВП становится выше за два квартала до выборов и падает в электоральном квартале. Таким образом, это наводит на мысли о присутствии не только монетарных, но и фискальных циклов во время президентских выборов в Мексике.

Президентские выборы проходили в 1994, 2000 и 2006 годах. VAR и авторегрессия показывают схожую динамику, но авторегрессия недооценивает предвыборные манипуляции с

денежной массой. Рост $M0$ имеет более высокую волатильность около президентских выборов по сравнению с просто парламентскими. Данные поддерживают гипотезу о присутствии монетарных политических циклов в Мексике.

Данные о росте ВВП подтверждают более высокий рост за два квартала перед выборами и падение роста в течение квартала с выборами в Мексике. Подобное поведение ВВП не является результатом манипуляций с монетарной политикой, потому что рост $M0$ происходит после роста ВВП за один квартал до выборов. Следовательно, есть причины подозревать также наличие и фискальных политических циклов в Мексике.

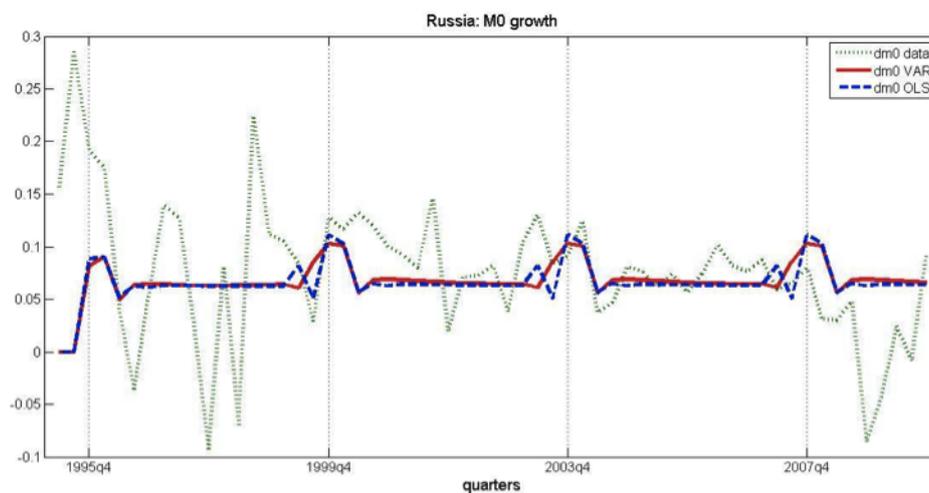


Рис. 5: Рост $M0$ в России: данные, векторная и скалярная авторегрессии

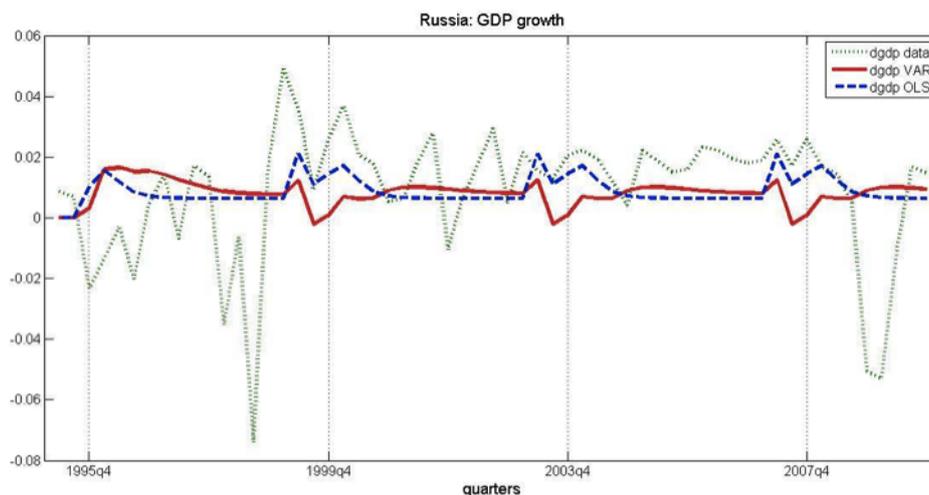


Рис. 6: Рост ВВП в России: данные, векторная и скалярная авторегрессии

Парламентские выборы проходят в конце электорального квартала в России. В течение этого квартала правительство увеличивает денежную базу. Президентские выборы проходят в следующем квартале, и оценка не показывает каких-либо значимых изменений. В квартале же после президентских выборов правительство резко уменьшает рост $M0$. Инфляция растет в течение года, начиная с парламентского квартала. Затем в следующем году она

возвращается к обычному уровню. Также происходит сильное падение в росте ВВП за один квартал перед парламентскими выборами, хотя во время парламентского и президентского кварталов рост ВВП возвращается к предыдущему уровню. Процедуры проверки робастности в основном подтверждают полученные результаты. В России присутствуют монетарные циклы с рациональными ожиданиями, даже несмотря на то, что реальные переменные не стабильны в окрестности выборов. Это говорит о том, что правительство манипулирует сначала фискальной политикой, а затем, ближе к выборам, пускает в ход и монетарную.

VAR и авторегрессия для роста $M0$ генерируют схожую динамику. Более того, увеличение роста $M0$ в президентском квартале и последующее его падение после выборов поддерживаются данными, за исключением 1995 года.

Динамика роста ВВП объясняется лучше авторегрессией; VAR переоценивает предвыборное падение. Но представленные графики все равно поддерживают возможное присутствие фискальных циклов в России.

5.2 Страны без монетарных циклов

Результаты абсолютно отвергают присутствие каких-либо политических циклов в Бразилии. Все оценки коэффициентов при электоральных фиктивных переменных и их лагах во всех уравнениях статистически незначимые. Процедуры проверки робастности также не обнаруживают ничего. По всей видимости, центральный банк Бразилии действительно полностью придерживается своей цели — таргетировать инфляцию.

Денежная масса в Перу ведёт себя необычным образом — происходит сильное падение в её росте за два квартала до и во время выборов, в то время как рост ВВП ускоряется за один квартал до выборов. Процедуры проверки робастности полностью поддерживают такие выводы. Таким образом, центральный банк Перу проводит контрциклическую политику, что указывает на его попытки борьбы с фискальными политическими циклами.

Президент и парламент выбираются в Польше по отдельности. Результаты совершенно отвергают присутствие монетарных политических циклов для обоих выборов. С другой стороны, наблюдается падение роста денег во время выборов, что скорее всего указывает на то, что центральный банк Польши ожидает увеличения роста экономики и поэтому проводит более строгую денежную политику. К сожалению, никаких изменений около президентских выборов в профиците госбюджета не наблюдается. Картина же с парламентскими выборами выглядит совсем по-другому. Оценивание не показывает никаких изменений в монетарной политике, но правительство демонстрирует более высокий дефицит бюджета в квартал до и во время выборов. Процедуры проверки робастности показывают немного другие результаты. Для парламентских выборов эффект на рост ВВП за два квартала до выборов становится незначимым. Для президентских выборов обнаруживается рост дефицита госбюджета за два квартала до, два квартала после и во время выборов. Также становится заметными более низкая инфляция и более высокий рост ВВП в квартале после выборов. Такое поведение переменных указывает на правильность ожиданий центрального банка Польши относительно присутствия фискальных политических циклов для президентских выборов.

Турция также не демонстрирует монетарных политических циклов. Инфляция растёт во время выборов, в то время как с остальными переменными не происходит ничего неожиданного. С другой стороны, процедуры проверки робастности дают более интересные результаты. Помимо роста инфляции во время выборов, наблюдается также увеличение роста ВВП за два квартала до выборов. Таким образом, это даёт основания полагать, что правительство Турции, возможно, использует какие-то фискальные манипуляции перед выборами.

Я также отвергаю присутствие политических монетарных циклов в Чехии. Несмотря на отсутствие каких-либо изменений в монетарной политике и профиците госбюджета около выборов, инфляция испытывает необыкновенное падение за два квартала до и во время

выборов, а затем рост два квартала после. Процедуры проверки робастности также показывают низкую инфляцию в течение выборов, а следовательно, и отсутствие монетарных циклов. Подобное поведение инфляции является причиной для более подробного изучения фискальных политических циклов, но со стороны монетарной политики все чисто.

5.3 Выводы

Я обнаружила присутствие монетарных политических циклов в Венгрии, Мексике и России. Все эти случаи описываются моделью политических бизнес-циклов с рациональными ожиданиями. Более того, фискальные циклы проходят одновременно с монетарными, что в общем-то логично, потому что если правительство использует денежную политику для того, чтобы выиграть выборы, то следует ожидать использование фискальной в том числе, так как она, как правило, более доступна по сравнению с монетарными инструментами.

В остальных странах монетарные политические циклы отсутствуют, что нельзя сказать о фискальных. Только Бразилия демонстрирует пример отсутствия политических циклов как таковых. Остальным странам не удаётся скрыть политические манипуляции, что отражается на необычном поведении каких-либо переменных. Когда население ожидает подобного поведения правительства, инфляция может возрасти около выборов. Если центральный банк хочет побороть инфляцию, тогда он проводит более жесткую денежную политику и уменьшает рост денежной базы. Таким образом центральный банк остужает экономику, и инфляция может не расти. Подобная динамика наблюдается в Перу и Польше. Если же центральный банк не принимает никаких действий, чтобы побороть рост инфляционных ожиданий, инфляция на самом деле увеличивается, что и происходит в Чехии и Турции.

Интересным продолжением данной работы может быть более подробное изучение фискальной политики приведенных стран для объяснения необычного поведения реальных переменных в электоральные периоды.

Благодарности

Данная работа была подготовлена в рамках исследовательского проекта «Макроэкономическое моделирование и прогнозирование» в РЭШ в 2010–2011 гг. под руководством Олега Замулина и Константина Стырина. Автор благодарна научным руководителям, Максиму Ананьеву, Анне Бородиной и Булату Гафарову за ценные комментарии и замечания, а также Петру Клименко за неоценимую помощь в обработке данных.

Список литературы

- Akhmedov, A. & E. Zhuravskaya (2004). Opportunistic political cycles: test in a young democracy setting. *Quarterly Journal of Economics* 119, 1301–1338.
- Alesina, A., N. Roubini & G.D. Cohen (1991). Macroeconomic policy and elections in OECD democracies. *NBER Working Paper* No. 3830.
- Alesina, A. & N. Roubini (1990). Political cycles in OECD economies. *NBER Working Paper* No. 3478.
- Brender, A. & A. Drazen (2005). Political budget cycles in new versus established democracies. *Journal of Monetary Economics* 52, 1271–1295.
- Drazen, A. (2000). The political business cycle after 25 years. *NBER Macroeconomic Annual* 15, MIT Press.
- Hallerberg, M. & L. Vinhas de Souza (2000). The political business cycles of EU accession countries. *Tinbergen Institute Discussion Paper*, TI 2000-085/2.
- Nordhaus, W.D. (1975). The political business cycle. *Review of Economic Studies* 42, 169–190.

Persson, T. & G. Tabellini (1990). *Macroeconomic Policy, Credibility and Politics*. Amsterdam: Harwood Academic Publishers.

Persson, T. & G. Tabellini (2003). Do electoral cycles differ across political systems? *Universita Bocconi Working Paper* No. 232.

Rogoff, K. & A. Sibert (1988). Elections and macroeconomic policy cycles. *Review of Economic Studies* 55, 1–16.

Shi, M. & J. Svensson (2002). Conditional political budget cycles. *CEPR Discussion Paper* No. 3352.

Приложение

Таблица 1: Исследуемые периоды

Страна	Период
Бразилия	1994–2010
Венгрия	1995–2010
Мексика	1994–2010
Перу	1994–2010
Польша	1996–2010
Россия	1995–2010
Турция	1994–2010
Чехия	1996–2010

Таблица 2: Бразилия: рост M0, инфляция и рост ВВП

Переменные	dm0			inf			gdp		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(–2)	0,009 (0,04)	0,01 (0,03)	0,001 (0,05)	0,001 (0,003)	–0,0001 (0,0023)	–0,003 (0,005)	0,002 (0,006)	0,002 (0,004)	0,0004 (0,0043)
elect(–1)	–0,004 (0,034)	0,002 (0,027)	–0,016 (0,037)	0,008 (0,008)	0,007 (0,007)	0,008 (0,009)	–0,005 (0,007)	–0,005 (0,006)	–0,005 (0,006)
elect	–0,01 (0,034)	0,002 (0,036)	0,014 (0,021)	–0,001 (0,004)	–0,001 (0,002)	0,005 (0,006)	0,006 (0,009)	0,005 (0,006)	–0,005 (0,007)
elect(+1)	–0,015 (0,031)	–0,004 (0,018)	–0,038 (0,025)	0,001 (0,01)	0,0002 (0,0098)	0,002 (0,01)	–0,007 (0,006)	–0,005 (0,004)	–0,006 (0,006)
elect(+2)	–0,077 (0,054)	–0,066 (0,045)	–0,075* (0,042)	0,003 (0,002)	0,002 (0,002)	0,004 (0,003)	–0,003 (0,004)	–0,003 (0,003)	–0,005 (0,005)

Замечания к таблицам 2–21: Уровни значимости: * – 10% уровень, ** – 5% уровень, *** – 1% уровень. В скобках указаны робастные стандартные ошибки.

Таблица 3: Бразилия: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	er			bb		
	1	2	3	1	2	3
elect(–2)	–2,15 (4,775)	–1,27 (3,52)	–1,641 (3,939)	–0,385 (2,888)	–0,19 (0,52)	–0,654 (2,974)
elect(–1)	–1,323 (2,702)	–0,61 (2,19)	0,419 (2,68)	–0,054 (3,179)	0,128 (0,635)	–0,042 (2,16)
elect	–14,02 (10,29)	–11,41 (8,26)	–13,78 (10,53)	–1,573 (1,797)	–1,05* (0,58)	–2,326 (1,881)
elect(+1)	1,432 (2,698)	2,79 (1,73)	5,851* (3,217)	–0,678 (1,351)	–0,23 (0,68)	–1,872 (2,449)
elect(+2)	–2,573 (2,227)	–0,9 (1,73)	–3,926 (2,392)	–1,833 (1,906)	–1,41* (0,75)	–2,073 (2,292)

Таблица 4: Венгрия: рост М0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,03 (0,03)	-0,028 (0,024)	-0,023 (0,032)	-0,005 (0,004)	-0,004 (0,004)	-0,005 (0,004)	0,003 (0,002)	0,0025 (0,0019)	0,0025 (0,0019)
elect(-1)	0,017* (0,009)	0,014*** (0,005)	0,019 (0,015)	-0,0004 (0,0025)	0,0003 (0,0016)	0,0004 (0,0018)	0,005* (0,002)	0,004** (0,002)	0,0055** (0,0025)
elect	0,01 (0,02)	0,006 (0,011)	0,034 (0,021)	-0,003 (0,002)	-0,0015** (0,0007)	-0,001 (0,003)	-0,001 (0,003)	-0,002 (0,002)	-0,003 (0,003)
elect(+1)	0,01 (0,02)	0,002 (0,015)	-0,003 (0,013)	0,001 (0,004)	0,002 (0,003)	0,003 (0,004)	0,002 (0,003)	0,001 (0,003)	0,002 (0,002)
elect(+2)	0,03 (0,02)	0,024 (0,017)	0,002 (0,013)	-0,01 (0,01)	-0,005 (0,005)	-0,005 (0,005)	-0,003 (0,002)	-0,0031*** (0,0002)	-0,001 (0,001)

Таблица 5: Венгрия: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,19 (1,13)	-0,045 (0,933)	-0,943 (1,214)	0,46 (2,54)	-0,944 (2,152)	-0,35 (0,403)
elect(-1)	-0,82 (0,79)	-0,593 (0,53)	0,44 (1,62)	11,94 (20,38)	9,98 (20,26)	14,08 (25,12)
elect	-2,0 (1,9)	-1,582 (1,485)	-3,11 (2,39)	3,7 (2,72)	1,452*** (0,501)	0,053 (0,33)
elect(+1)	-1,05 (1,13)	-0,761 (0,665)	-1,354 (1,127)	5,13 (3,97)	2,992 (1,811)	0,222 (0,449)
elect(+2)	2,31 (1,73)	2,476 (1,59)	2,120* (1,157)	2,76 (3,01)	0,81 (2,26)	-1,14 (2,239)

Таблица 6: Мексика — парламентские выборы: рост М0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,011 (0,024)	-0,003 (0,021)	-0,019 (0,023)	-0,011 (0,01)	-0,011 (0,011)	-0,003 (0,002)	-0,017 (0,017)	-0,014 (0,016)	-0,012 (0,015)
elect(-1)	0,034*** (0,012)	0,032*** (0,002)	0,013 (0,013)	0,005 (0,005)	0,003 (0,004)	-0,001 (0,002)	0,009 (0,006)	0,010** (0,005)	0,007 (0,005)
elect	-0,007 (0,013)	-0,003 (0,007)	-0,01 (0,012)	0,009 (0,007)	0,007 (0,006)	0,006 (0,006)	-0,004 (0,006)	-0,002 (0,005)	0,001 (0,005)
elect(+1)	-0,015 (0,016)	-0,012 (0,014)	-0,017 (0,014)	-0,003 (0,003)	-0,0047** (0,0019)	-0,0045* (0,0025)	0,002 (0,004)	0,003 (0,004)	0,002 (0,003)
elect(+2)	-0,043*** (0,013)	-0,033*** (0,009)	-0,040*** (0,011)	0,009 (0,007)	0,007 (0,007)	0,019 (0,016)	-0,010* (0,005)	-0,008 (0,005)	-0,016 (0,011)

Таблица 7: Мексика — парламентские выборы: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-1,337 (2,782)	-0,98 (2,048)	-1,812 (1,541)	-2,116* (1,244)	-1,744 (1,165)	-1,303** (0,607)
elect(-1)	-1,463 (2,078)	-0,962 (1,533)	-1,826 (1,893)	-0,749 (0,899)	-0,415 (0,816)	-1,521 (1,318)
elect	1,348 (1,818)	1,757 (1,262)	2,213 (1,576)	-0,1 (0,689)	0,253 (0,481)	-0,243 (0,857)
elect(+1)	0,517 (1,726)	0,959 (1,382)	1,449 (1,561)	-0,687 (0,601)	-0,458 (0,303)	-0,324 (0,784)
elect(+2)	-3,872 (4,439)	-3,424 (4,179)	-3,126 (3,821)	0,125 (0,702)	0,363 (0,468)	-0,695 (1,087)

Таблица 8: Мексика — парламентские и президентские выборы: рост M0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
elect(-2)	-0,037 (0,035)	-0,033 (0,029)	-0,053 (0,041)	0,01 (0,009)	0,005 (0,005)	0,0001 (0,0028)	0,006 (0,004)	0,007*** (0,002)	0,012** (0,005)
elect(-1)	0,026* (0,013)	0,033*** (0,004)	0,030*** (0,009)	0,002 (0,009)	-0,001 (0,005)	0,001 (0,002)	0,003 (0,007)	0,006 (0,005)	0,003 (0,005)
elect	-0,007 (0,015)	0,001 (0,007)	-0,008 (0,011)	0,013 (0,012)	0,013 (0,01)	0,012 (0,011)	-0,012** (0,005)	-0,011*** (0,003)	-0,0049* (0,0029)
elect(+1)	-0,032 (0,028)	-0,027 (0,025)	-0,033 (0,023)	-0,008* (0,004)	-0,008** (0,003)	-0,006 (0,004)	-0,005 (0,004)	-0,003 (0,003)	-0,003 (0,004)
elect(+2)	-0,058** (0,024)	-0,044*** (0,014)	-0,051*** (0,016)	0,003 (0,013)	0,006 (0,015)	0,027 (0,031)	-0,015 (0,01)	-0,011 (0,007)	-0,028 (0,019)
elect parl(-2)	0,022 (0,018)	0,026** (0,01)	0,003 (0,024)	-0,034 (0,021)	-0,027** (0,013)	-0,005** (0,003)	-0,037 (0,023)	-0,036 (0,023)	-0,027 (0,021)
elect parl(-1)	0,035** (0,014)	0,031*** (0,002)	-0,004 (0,017)	0,014 (0,011)	0,008* (0,005)	-0,002 (0,002)	0,018 (0,015)	0,016* (0,008)	0,011 (0,009)
elect parl	-0,009 (0,015)	-0,007 (0,013)	-0,013 (0,017)	0,006 (0,006)	0,002 (0,005)	0,001 (0,003)	0,007 (0,008)	0,008 (0,006)	0,007 (0,008)
elect parl(+1)	0,001 (0,013)	0,004 (0,009)	-0,001 (0,007)	0,001 (0,003)	-0,0019*** (0,0007)	-0,003 (0,002)	0,008 (0,006)	0,0095** (0,0042)	0,007*** (0,002)
elect parl(+2)	-0,029** (0,013)	-0,022** (0,01)	-0,029*** (0,011)	0,009** (0,004)	0,008*** (0,002)	0,011** (0,004)	-0,006 (0,008)	-0,004 (0,007)	-0,004 (0,006)

Таблица 9: Мексика — парламентские и президентские выборы: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	1,197 (1,829)	0,445 (0,635)	0,584 (1,159)	-3,581 (2,559)	-2,943 (1,989)	-1,959 (1,516)
elect(-1)	-1,746 (3,196)	-1,111 (2,651)	-5,696*** (1,665)	-0,284 (0,975)	0,003 (1,109)	-0,419 (1,065)
elect	3,921** (1,788)	3,749*** (0,846)	5,153*** (1,743)	-0,505 (0,904)	0,025 (0,862)	-0,656 (0,92)
elect(+1)	0,942 (1,325)	1,647*** (0,562)	2,942** (1,336)	-0,983 (0,79)	-0,815 (0,544)	-0,536 (0,927)
elect(+2)	-9,296 (8,132)	-8,276 (7,424)	-7,541 (7,617)	1,019 (0,825)	1,123*** (0,402)	-0,068 (1,495)
elect parl(-2)	-2,331 (4,207)	-2,405 (3,941)	-3,526* (1,969)	-0,899 (0,705)	-0,545 (0,53)	-0,952 (0,722)
elect parl(-1)	-0,963 (2,244)	-0,739 (0,475)	0,7845 (1,676)	-1,548 (1,372)	-1,041 (1,184)	-2,482 (1,864)
elect parl	-0,379 (2,277)	-0,235 (1,765)	0,222 (1,128)	0,126 (0,761)	0,481 (0,481)	0,252 (0,982)
elect parl(+1)	0,193 (3,153)	0,271 (2,77)	0,216 (2,419)	-0,335 (0,546)	-0,101 (0,065)	-0,155 (0,767)
elect parl(+2)	1,562 (2,063)	1,429 (1,639)	0,516 (1,831)	-0,738 (0,727)	-0,397 (0,583)	-1,422* (0,839)

Таблица 10: Перу: рост M0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,03*** (0,01)	-0,026*** (0,006)	-0,037*** (0,008)	-0,003 (0,003)	-0,002 (0,002)	-0,0003 (0,0023)	0,006 (0,007)	0,006 (0,006)	0,011* (0,006)
elect(-1)	-0,03 (0,02)	-0,022 (0,019)	-0,01 (0,027)	-0,001 (0,002)	-0,0002 (0,0011)	-0,002 (0,002)	0,007* (0,004)	0,008*** (0,002)	0,004* (0,002)
elect	-0,02** (0,01)	-0,015*** (0,006)	-0,017 (0,012)	-0,004 (0,004)	-0,003 (0,003)	-0,003 (0,004)	-0,01 (0,01)	-0,009 (0,006)	-0,011* (0,006)
elect(+1)	0,001 (0,009)	0,006 (0,004)	-0,006 (0,01)	0,001 (0,002)	0,002 (0,002)	0,002 (0,002)	-0,001 (0,009)	-0,0003 (0,0076)	-0,001 (0,008)
elect(+2)	0,018 (0,013)	0,020* (0,011)	0,011 (0,015)	-0,002 (0,003)	-0,002 (0,003)	-0,003 (0,003)	-0,01 (0,01)	-0,009 (0,006)	-0,013 (0,008)

Таблица 11: Перу: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	0,81 (2,18)	0,605 (2,078)	-2,102*** (0,731)	-0,24 (0,44)	-0,176 (0,142)	-0,309 (0,33)
elect(-1)	-1,75 (1,48)	-1,629 (1,156)	-2,636* (1,548)	-0,06 (1,03)	-0,075 (0,819)	0,434 (0,684)
elect	-0,24 (1,02)	-0,16 (0,819)	-0,43 (0,851)	0,43 (0,69)	0,427 (0,384)	0,588 (0,493)
elect(+1)	1,12 (0,8)	1,021* (0,549)	0,014 (0,616)	-0,47 (0,45)	-0,430*** (0,132)	-0,346 (0,372)
elect(+2)	0,25 (1,1)	0,289 (0,993)	0,659 (1,015)	0,13 (0,49)	0,131 (0,293)	0,415 (0,457)

Таблица 12: Польша — парламентские выборы: рост M0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	0,02 (0,02)	0,001 (0,011)	0,03 (0,025)	-0,008** (0,003)	-0,006*** (0,001)	-0,004 (0,003)	0,04* (0,02)	0,028 (0,024)	0,0089* (0,0052)
elect(-1)	-0,01 (0,04)	-0,014 (0,023)	-0,004 (0,026)	0,006 (0,005)	0,004 (0,003)	0,0055 (0,0033)	0,02 (0,01)	0,012 (0,011)	-0,006 (0,004)
elect	0,04 (0,03)	0,025 (0,023)	0,043** (0,021)	-0,0003 (0,0031)	-0,0001 (0,0028)	-0,001 (0,005)	0,01 (0,01)	0,0003 (0,0039)	0,011*** (0,004)
elect(+1)	0,02 (0,07)	0,013 (0,046)	0,021 (0,049)	-0,0004 (0,0032)	-0,0003 (0,0021)	-0,002 (0,003)	0,01 (0,01)	-0,001 (0,003)	0,002 (0,008)
elect(+2)	0,03 (0,02)	0,014* (0,008)	0,045*** (0,014)	0,002 (0,004)	0,002 (0,003)	0,002 (0,004)	0,02 (0,02)	0,01 (0,013)	-0,002 (0,006)

Таблица 13: Польша — парламентские выборы: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	4,41** (1,73)	2,829** (1,345)	3,607** (1,739)	-0,3 (0,24)	-0,252 (0,204)	-0,161 (0,294)
elect(-1)	2,4 (4,15)	0,728 (3,217)	2,729 (3,366)	-0,77* (0,42)	-0,653** (0,278)	-0,384 (0,339)
elect	3,33 (2,28)	1,53 (2,536)	2,615 (2,564)	-1,56* (0,82)	-1,445** (0,706)	-1,125 (0,782)
elect(+1)	4,26 (2,66)	2,457 (1,817)	5,58** (2,47)	1,49 (1,69)	1,509 (1,773)	1,787 (1,82)
elect(+2)	5,15*** (1,65)	3,02*** (1,05)	5,56*** (1,82)	0,02 (0,42)	0,182 (0,431)	0,401 (0,517)

Таблица 14: Польша — президентские выборы: рост M0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	0,002 (0,026)	0,01 (0,02)	0,003 (0,021)	-0,0004 (0,0023)	0,00003 (0,00189)	-0,0004 (0,0012)	0,003 (0,007)	0,002 (0,006)	0,007 (0,008)
elect(-1)	-0,02 (0,06)	-0,016 (0,05)	-0,034 (0,055)	0,0001 (0,0021)	-0,0004 (0,0011)	0,0001 (0,0017)	-0,01 (0,01)	-0,01 (0,007)	-0,007 (0,009)
elect	-0,09*** (0,02)	-0,080*** (0,019)	-0,078*** (0,022)	-0,003 (0,003)	-0,003 (0,003)	-0,004* (0,002)	-0,001 (0,005)	-0,001 (0,002)	0,005 (0,005)
elect(+1)	0,01 (0,03)	0,015 (0,02)	0,007 (0,019)	-0,003 (0,002)	-0,0027** (0,0012)	-0,003 (0,002)	0,01 (0,01)	0,006** (0,003)	0,0052** (0,0025)
elect(+2)	-0,01 (0,06)	-0,01 (0,053)	-0,017 (0,055)	0,01 (0,01)	0,008 (0,005)	0,0084* (0,0047)	0,002 (0,008)	0,002 (0,006)	-0,004 (0,007)

Таблица 15: Польша — президентские выборы: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,17 (1,99)	-0,642 (1,557)	-3,101 (1,895)	-0,31 (0,37)	-0,244* (0,137)	-0,246 (0,285)
elect(-1)	5,22*** (1,31)	4,534*** (0,953)	4,289*** (1,529)	0,02 (0,29)	0,045 (0,152)	-0,146 (0,311)
elect	-1,52 (2,29)	-1,971 (1,991)	-3,992 (3,516)	-0,43 (0,44)	-0,358*** (0,077)	-0,17 (0,318)
elect(+1)	3,31 (2,12)	2,653 (1,837)	2,597 (2,052)	0,05 (0,42)	0,12 (0,203)	0,126 (0,338)
elect(+2)	4,68 (5,77)	3,828 (5,37)	3,492 (5,157)	-0,17 (0,38)	-0,123* (0,066)	-0,017 (0,231)

Таблица 16: Россия: рост M0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	0,004 (0,027)	0,001 (0,024)	0,019 (0,022)	-0,008 (0,008)	-0,009 (0,006)	-0,013 (0,009)	0,006 (0,008)	0,008 (0,005)	0,015*** (0,005)
elect(-1)	-0,003 (0,026)	-0,004 (0,023)	-0,012 (0,016)	0,02 (0,02)	0,017 (0,021)	-0,0004 (0,0107)	-0,016 (0,01)	-0,013* (0,007)	-0,001 (0,005)
elect	0,044* (0,026)	0,035* (0,019)	0,045** (0,018)	-0,01 (0,01)	-0,007 (0,011)	-0,007 (0,01)	-0,001 (0,012)	0,0003 (0,0116)	0,006 (0,011)
elect(+1)	0,04 (0,03)	0,025 (0,017)	0,03 (0,024)	-0,01 (0,01)	-0,004 (0,009)	-0,003 (0,012)	0,01 (0,01)	0,005 (0,005)	0,008 (0,007)
elect(+2)	-0,026** (0,013)	-0,030*** (0,008)	-0,018 (0,024)	0,01 (0,01)	0,005 (0,006)	-0,0002 (0,0101)	-0,004 (0,006)	-0,003 (0,004)	0,002 (0,004)

Таблица 17: Россия: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-1,76 (1,56)	-1,704** (0,736)	-0,047 (0,882)	0,16 (1,03)	-0,349 (0,831)	-0,574 (0,771)
elect(-1)	3,55 (4,47)	3,729 (4,193)	-0,528 (1,664)	0,18 (1,15)	-0,32 (0,975)	-1,702** (0,782)
elect	-2,00 (2,32)	-1,31 (1,526)	-1,836 (2,821)	4,38 (5,02)	3,864 (4,525)	3,786 (5,795)
elect(+1)	-4,57* (2,63)	-3,535* (1,835)	-3,183 (2,832)	0,21 (0,71)	-0,266 (0,535)	0,159 (0,502)
elect(+2)	-1,42 (2,35)	-0,849 (1,705)	0,22 (1,569)	0,46 (0,54)	-0,042 (0,302)	0,831 (0,93)

Таблица 18: Турция: рост М0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,03 (0,04)	-0,022 (0,034)	-0,018 (0,047)	0,01 (0,02)	0,01 (0,015)	0,014 (0,015)	0,01 (0,01)	0,010* (0,005)	0,011* (0,006)
elect(-1)	0,02 (0,02)	0,022* (0,011)	0,029 (0,024)	0,01 (0,02)	0,003 (0,014)	0,001 (0,013)	-0,01 (0,01)	-0,011 (0,009)	-0,017 (0,014)
elect	-0,03 (0,03)	-0,027 (0,027)	-0,028 (0,023)	0,02** (0,01)	0,017** (0,007)	0,017** (0,007)	-0,001 (0,007)	-0,003 (0,004)	-0,004 (0,007)
elect(+1)	-0,02 (0,02)	-0,015 (0,017)	0,002 (0,026)	0,01 (0,01)	0,011 (0,009)	0,012 (0,009)	0,01 (0,01)	0,003 (0,01)	-0,001 (0,011)
elect(+2)	-0,02 (0,02)	-0,011 (0,016)	0,004 (0,025)	-0,01 (0,01)	-0,009** (0,0043)	-0,009 (0,009)	0,017 (0,014)	0,015 (0,011)	0,014 (0,011)

Таблица 19: Турция: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-1,39 (2,44)	-1,524 (2,097)	-1,386 (3,025)	-0,57 (1,56)	-0,358 (1,389)	-1,348 (1,752)
elect(-1)	0,58 (2,71)	0,428 (2,365)	-2,206 (3,056)	-0,08 (1,2)	0,144 (0,962)	-0,62 (1,254)
elect	0,91 (1,7)	0,736 (1,253)	-0,969 (1,561)	0,6 (1,0)	0,72 (0,744)	0,558 (1,319)
elect(+1)	0,94 (3,49)	0,756 (3,007)	0,587 (2,827)	-1,43 (1,32)	-1,211 (1,104)	-1,871 (1,34)
elect(+2)	1,49 (2,71)	1,29 (2,312)	1,344 (1,92)	-1,29 (0,87)	-1,086** (0,507)	-1,199 (1,12)

Таблица 20: Чехия: рост М0, инфляция и рост ВВП

Переменные	<i>dm0</i>			<i>inf</i>			<i>gdp</i>		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,01 (0,01)	-0,008 (0,008)	-0,01 (0,009)	-0,004** (0,002)	-0,003*** (0,001)	-0,003 (0,002)	-0,001 (0,004)	-0,0003 (0,0038)	0,0001 (0,0039)
elect(-1)	-0,01 (0,01)	-0,007 (0,005)	-0,014 (0,01)	0,004 (0,004)	0,004 (0,004)	0,005 (0,007)	-0,001 (0,004)	-0,001 (0,003)	0,001 (0,003)
elect	-0,01 (0,01)	-0,004 (0,005)	0,001 (0,008)	-0,008*** (0,003)	-0,007*** (0,002)	-0,0082* (0,0042)	0,001 (0,003)	0,001 (0,002)	0,002 (0,002)
elect(+1)	0,01 (0,01)	0,009 (0,006)	0,001 (0,008)	-0,003 (0,002)	-0,002 (0,001)	-0,001 (0,003)	-0,002 (0,002)	-0,002 (0,002)	-0,001 (0,003)
elect(+2)	-0,003 (0,009)	-0,002 (0,005)	0,005 (0,009)	0,005** (0,002)	0,004*** (0,002)	-0,004 (0,006)	-0,001 (0,005)	-0,0004 (0,0046)	0,002 (0,003)

Таблица 21: Чехия: отклонения от тренда реального эффективного обменного курса и рост профицита

Переменные	<i>er</i>			<i>bb</i>		
	1	2	3	1	2	3
elect(-2)	-0,51 (1,24)	-0,704 (1,029)	-0,823 (1,019)	0,96 (0,57)	0,432* (0,256)	0,151 (0,803)
elect(-1)	1,09 (1,12)	0,879 (0,909)	0,836 (0,925)	0,91 (2,06)	0,426 (1,913)	1,065 (1,949)
elect	-0,25 (2,13)	-0,43 (1,781)	-0,29 (1,788)	0,55 (0,66)	0,043 (0,284)	0,319 (0,868)
elect(+1)	1,52 (1,00)	1,152 (0,956)	1,606 (1,107)	4,72 (4,35)	3,669 (4,134)	7,238* (3,782)
elect(+2)	0,86 (1,25)	0,522 (0,883)	-0,175 (1,118)	-0,53 (1,64)	-0,935 (0,917)	0,423 (0,87)

Monetary political business cycles: new democracy setting

Anastasia Burkovskaya

University of California Los Angeles, Los Angeles, USA

This paper studies whether politicians manipulate monetary instruments to win elections in the new democracies. The question makes sense because the Central Bank in the new democracy conditions is usually weak. A sample of 8 new democracies is analyzed via individual country vector autoregressions and via simple autoregressions for each variable of interest. I test various opportunistic political cycle models, both with adaptive and rational expectations. My results reject the political business cycle model with adaptive expectations due to the lack in the data of any impact of the electoral monetary expansion on output. However, there is evidence of opportunistic behavior in combination with rational expectations in Hungary, Russia and Mexico. Politicians print money before the elections and decrease the monetary base afterwards, but due to rational expectations they do not influence real variables. In other countries the hypothesis of the presence of monetary political cycles is rejected. However, I find some implications of fiscal political cycles in almost all countries.

Keywords: opportunistic political business cycles, monetary policy, central bank, fiscal policy

JEL Classification: E32, E52, E58, E62

Заявленная и фактическая политика Банка России в 2000–2008 гг.: велико ли различие?*

Андрей Синяков[†]

Сбербанк России, Москва, Россия

Существует точка зрения, что на протяжении 2000–2008 гг. Центральный банк России стремился таргетировать реальный валютный курс, вследствие чего регулярно нарушал свои цели по инфляции. Мы оценили простую структурную пороговую VAR модель для России, чтобы проверить, не встречаются ли на всем рассматриваемом промежутке времени отдельные периоды, когда ЦБ действительно пытался бороться с инфляцией. Наши результаты, основанные на тестировании пороговой VAR-модели, обнаруживают определенные свидетельства в пользу этого: наличие двух режимов в политике ЦБ с эндогенным переключением между режимами, зависящем от инфляции в прошлом месяце, является значимым. Именно изменение таргетируемого показателя, по-нашему мнению, и стало причиной регулярного непопадания ЦБ в цели по инфляции. Эта проблема известна как «доверие к денежно-кредитной политике». Наши выводы означают, что успех адаптации в России таргетирования инфляции зависит от жесткости ЦБ в следовании целям по инфляции.

Ключевые слова: структурная нелинейная векторная авторегрессия, бутстрап, обобщенные функции отклика на импульс, таргетирование инфляции, таргетирование реального валютного курса

Классификация JEL: C32, C12, E52

1 Введение

Мы ставим задачу исследования приоритетов Центрального банка России (ЦБ) в 2000–2008 гг.. А именно: насколько снижение инфляции являлось практическим приоритетом политики Банка России, хотя бы в отдельные периоды в то время? Если ЦБ предпринимал попытки снижения инфляции, то почему инфляция регулярно выходила из целевого диапазона по итогам года?

На протяжении всего десятилетия после кризиса 1998 года конечной целью монетарной политики Банка России, отраженной в «Основных направлениях единой государственной денежно-кредитной политики», являлось снижение инфляции.¹ Помимо этого политика Центрального Банка определялась также необходимостью «сглаживать колебания курса рубля».² Но растущие цены на нефть на мировом рынке при значительной доле экспорта сырьевых товаров в ВВП страны приводили к росту валютной выручки. Это способствовало росту доходов и спроса на импорт и комплиментарные ему услуги, что было причиной роста

*Цитировать как: Синяков, Андрей (2013). «Заявленная и фактическая политика Банка России в 2000–2008 гг.: велико ли различие?» Квантиль, №11, стр. 91–105. Citation: Sinyakov, Andrey (2013). “Declared and actual policy of the Russian Central Bank in 2000–2008: how large is the difference?” Quantile, No.11, pp. 91–105.

[†]Адрес: 117997, Москва, ул. Вавилова, 19. Электронная почта: sinyakovandrey@gmail.com

¹«Основные направления... на 2000 год» — стр. 35, «... на 2011 год» — стр. 35, «... на 2002 год» — стр. 37, «... на 2003 год» — стр. 18, «... на 2004 год» — стр. 20, «... на 2005 год» — стр. 25, «... на 2006 год» — стр. 19, «... на 2007 год» — стр. 18, «... на 2008 год» — стр. 19

²В 2000–2003 гг. курсовая политика предполагала режим плавающего валютного курса, в 2004–2006 гг. режим управляемого плавания с «определенным сдерживанием реального укрепления рубля», в 2007–2008 гг. режим управляемого плавания «направленный на сдерживание инфляции».

цен неторгуемых товаров и реального укрепления курса рубля. Падала конкурентоспособность производителей отечественных импортозамещающих товаров. Негативный эффект для отечественных производителей усиливался избытком валюты на валютном рынке и давлением на номинальный курс рубля, что делало импорт относительно произведенных внутри страны товаров еще дешевле. Перед Банком России стояла задача поддержания высоких темпов роста экономики в рассматриваемый период (задача «удвоения ВВП»). В сложившихся условиях решение такой задачи ЦБ России видел в фактической фиксации номинального курса рубля и накоплении валютных резервов. Эти действия препятствовали удешевлению импорта через номинальное укрепление и замедляли темпы реального укрепления рубля, как показано в Sosunov & Zamulin (2006).

Действительно, такой тип политики на фоне притока валюты позволяет несколько отложить во времени изменение относительных цен отечественных импортозамещающих товаров и неторгуемых товаров к импорту (реальное укрепление), тогда как при плавающем курсе более быстрая по сравнению с ценами корректировка номинального курса привела бы и к быстрой корректировке цен импортозамещающих товаров, что означало бы замедление роста в отечественном производстве, и прежде всего в его более наукоемком импортозамещающем секторе. Таким образом, выбор политики Центральным банком фактически сводился к выбору момента времени, когда на экономику подействуют негативные эффекты «Голландской болезни»: «сегодня», в краткосрочном периоде, но при замедляющейся инфляции из-за укрепления номинального курса, или «завтра», ценой более высоких темпов инфляции, ускоряемой, помимо прочего, нестерилизованным расширением денежной базы при покупках иностранной валюты.

В попытке ответить на главный вопрос предлагается проверить значимость наличия в политике ЦБ в рассматриваемый период двух режимов с эндогенным переключением между режимами, зависящем от прошлой инфляции. При этом в каждый момент времени один из двух режимов является основным. Банк России либо держит номинальный курс, и тогда денежная база эндогенна (учитывая рост цен на нефть в рассматриваемый период — она растёт), либо сдерживает инфляцию, позволяя номинальному курсу укрепиться и таким образом не только уменьшить инфляционное давление, снизив цены импорта в составе индекса потребительских цен, но и предотвратить увеличение денежной базы из-за отсутствия валютных интервенций. Назовем первый режим «RER», а второй «INF» в зависимости от того, что является приоритетом ЦБ в данный конкретный промежуток времени. В качестве переменной, отвечающей за переключение между режимами, были выбраны показатели инфляции: накопленная инфляция с начала года, инфляция в предыдущем месяце с учетом сезонности, за предыдущие три месяца. Использование инфляции, а не реального валютного курса, например, более соответствует тому, что инфляция является конечной целью монетарной политики.

Предлагаемый подход однако не означает, что ЦБ России в своей практике точно или преднамеренно придерживался подобной нелинейной модели принятия решений. Мы лишь предполагаем, что необходимость компромисса между целями по инфляции и выпуску (реальному курсу) на фоне растущих цен на нефть могла привести к действиям ЦБ, хорошо описываемым такой моделью.

Если некоторые режимы политики ЦБ будут обнаружены, каким образом мы можем идентифицировать эти режимы с «RER» и «INF»? Во-первых, мы предполагаем, что инструмент монетарной политики Центрального банка³ будет по-разному реагировать на шоки цены на нефть в этих режимах. Если в течение некоторого периода времени ЦБ отдает приоритет сдерживанию курса рубля (таргетирует реальный валютный курс), то в этом режиме реакция денежной базы на положительный шок цены на нефть будет положительной (а на

³Ряд исследований указывает, что инструментом являлась денежная база.

отрицательный — отрицательной⁴). Мы ожидаем роста денежной базы в результате интервенций по покупке валютной выручки (уменьшения денежной базы из-за распродажи валютных резервов ЦБ). Если же ЦБ переключается во второй режим (пытается таргетировать инфляцию, обеспечить её динамику в рамках целевого диапазона), то на положительный нефтяной шок ЦБ не реагирует или реагирует слабо⁵. Во-вторых, мы ожидаем различной реакции инфляции в ответ на шок цены на нефть. В режиме «RER» инфляция вырастет, а в режиме «INF» инфляция не среагирует или уменьшится⁶. Для отрицательного шока цен на нефть инфляция отреагирует симметрично. Дополнительный интерес представляет исследование реакции денежной базы на шоки инфляции. Подобный анализ, как нам представляется, позволит сделать вывод о возможности идентификации двух режимов с «RER» и «INF».

Данное исследование, как мы надеемся, позволит также ответить на вопрос о целевом уровне параметра, отвечающего за переключение между режимами, значение которого ненаблюдаемо участниками рынка. Отдельный интерес представляет выделение периодов действия того или иного режима.

2 Методология исследования

Моделирование политики Банка России реализовано с применением структурной пороговой VAR модели⁷. TVAR нашли применение в анализе денежной политики и валютных курсов в работах Shen & Chiang (1999), Balke (2000), Atanasova (2003), Но (2005), Tena & Tremayne (2009), Mandler (2010). Общий вид модели:

$$Y_t = b_0^1 + B^1 Y_t + A^1(L)Y_{t-1} + (b_0^2 + B^2 Y_t + A^2(L)Y_{t-1})I(c_{t-d} > \gamma) + U_t, \quad (1)$$

где Y_t — $k \times 1$ вектор переменных, b_0^1, b_0^2 — $k \times 1$ векторы констант, B^1, B^2 — $k \times k$ матрицы с нулями на главной диагонали, $A^1(L), A^2(L)$ — $k \times k$ матричные лаговые полиномы порядка p , c_{t-d} — переменная, отвечающая за переключение (пороговая переменная), γ — константа, порог переключения, $I(\cdot)$ — индикатор-функция, U_t — $k \times 1$ вектор структурных шоков, по предположению i.i.d. с диагональной матрицей ковариаций⁸ и нулевым условным математическим ожиданием.

⁴Это указание необходимо из-за нелинейности модели.

⁵Аналогичные профили реакции на нефтяной шок получены в статье Sosunov & Zamulin (2007), соответственно, для случаев таргетирования реального курса и для случая таргетирования инфляции.

⁶Инфляция растет при таргетировании реального курса по причине того, что ЦБ, чтобы не допустить снижения цен импорта и изменения относительных цен, покупает валютную выручку (накапливает золотовалютные резервы), что приводит к дополнительному росту спроса и на импорт и на внутренние товары, и влечет инфляцию (изменение абсолютных, но не относительных цен). При таргетировании инфляции (или применении смешанного правила политики с оптимальными весами при инфляции и реальном курсе, которое придает больший вес инфляции) в ответ на нефтяной шок, ЦБ допускает изменение относительных цен (реальное укрепление), что снижает выпуск в импортзамещающем секторе, но повышает его в неторгуемом секторе (из-за комплиментарности импорту). Это снижение цен импорта оказывает понижающее влияние на инфляцию в течение некоторого периода времени. Подробнее см. Sosunov & Zamulin (2007).

⁷Все процедуры оценивания, тестирования и построения обобщенных функций импульсного отклика реализованы автором в программе GAUSS 9.0. При написании кода использованы материалы следующих публикаций: Hansen (1997), Pesaran & Shin (1997), Balke (2000), Frances & van Dijk (2000, стр. 125–132), Но (2005).

⁸Предположение одинаковости распределения шоков не является обязательным, в частности условные дисперсии каждого шока могут быть различны. В случае гетероскедастичности структурных шоков качественно выводы остались прежними, в чем легко убедиться, раскомментировав две строки в МНК-процедуре в коде программы для расчета асимптотической ковариационной матрицы коэффициентов по «сэндвичу». Учитывая, что эти различия являются второстепенными в контексте данной работы, было принято решение следовать классическим предпосылкам.

Данные с месячной частотой ограничены периодом с января 2000 года по сентябрь 2008 года. Начало выборки обусловлено восстановлением экономики после кризиса 1998 года, а конец выборки совпадает с началом мирового финансового кризиса 2008 года. В рассматриваемый период наблюдалось давление на курс рубля в сторону его укрепления, и, следовательно, имеет смысл рассмотрение указанной проблематики. Учитывая малое количество наблюдений (105 точек), для оценивания была выбрана наиболее простая модель. Модель включает (именно в этом порядке) месячный темп роста цен на нефть марки Urals⁹, месячную инфляцию по индексу потребительских цен¹⁰, месячный темп роста денежной базы в качестве инструмента монетарной политики ЦБ¹¹. Все данные в процентах. Все ряды были предварительно сезонно-сглажены в пакете Eviews 7.0 с применением процедуры «Census X12». Лаг p равен единице.

Структурные шоки в такой модели, по-нашему мнению, могут быть идентифицированы наложением стандартных ограничений: матрицы B^1 , B^2 имеют нули выше главной диагонали. По предположению цена на нефть — предопределенная переменная, то есть в пределах одного месяца на неё не влияет ни одна из остальных переменных системы¹². Это логично для экономики России. Нефтяные шоки, однако, способны в пределах одного месяца влиять на инфляцию. Это влияние прежде всего проявляется через рост цены топлива на внутреннем рынке. Второй возможный канал влияния — инфляционные ожидания, связанные с эффектом дохода (рост цен неторгуемых товаров) и ростом денежной базы в результате интервенций ЦБ на валютном рынке. Инструмент денежной политики, денежная база, реагирует в пределах одного месяца на оба типа шоков. Уравнение денежной политики обычно располагают последним при идентификации, что предполагает, что Центральный банк быстро реагирует на все шоки экономической системы, изменяя значение инструмента, но действие политики на экономику (в нашем случае только на инфляцию) проявляется с некоторым лагом. Модель из трех переменных позволяет сохранить связь «внешний шок — инфляция — инструмент денежной политики» и таким образом является минимальной для возможности изучить наличие режимов в политике Банка России и его приоритеты с учетом малого числа степеней свободы. Количество оцениваемых структурных параметров в исходной модели равно 34¹³. Чтобы сэкономить степени свободы, в исходную симметричную модель были внесены изменения: цена на нефть сделана экзогенным процессом, после первоначального оценивания из модели убраны некоторые незначимые переменные. В результате количество оцениваемых параметров системы удалось сократить до 20¹⁴. В качестве переменной, отвечающей за переключение, были выбраны: инфляция в предыдущем месяце, инфляция за предыдущие три месяца, накопленная инфляция с начала года. Таким образом, превышение некоторого порогового значения одной из указанных переменных будет означать изменение политики Банка России. Возможны два варианта политики ЦБ при превышении порога переключения. По основному и логичному предположению переключение будет происходить в режим «INF» — противодействия инфляции, её приоритетности. Но возможно, что превышение будет означать, что ЦБ переходит в режим «RER», что контринтуитивно, так как предполагает проведение проинфляционной политики. Но это как раз позволяет подтвердить предположение, что снижение инфляции не является приоритетом Центрального Банка, так

⁹www.eia.doe.gov

¹⁰www.gks.ru

¹¹www.cbr.ru

¹²Поэтому в целях экономии степеней свободы цена на нефть моделировалась как экзогенный процесс относительно остальной системы — простая линейная авторегрессионная модель в первых разностях. Таким образом идентификация нефтяных шоков внутри системы не требовалось.

¹³Шесть констант + шесть параметров матриц B + 18 параметров матриц A + порог + три дисперсии структурных шоков.

¹⁴Три константы (только в первом режиме) + 4 параметра матриц B (три в первом режиме и одна во втором из-за обнуления одновременных эффектов цены на нефть на инфляцию и денежную базу) + 9 параметров матриц A (7 в первом режиме и 2 во втором) + порог + три дисперсии структурных шоков.

как следование этой политике происходит только при низкой стартовой месячной инфляции.

3 Оценивание и тестирование модели

Треугольный вид идентификации структурных шоков позволил упростить оценивание модели. Модель оценивалась рекурсивно посредством применения нелинейного МНК к каждому из уравнений. Оценивание каждого из уравнений обеспечивает состоятельные оценки параметров, несмотря на наличие одновременных регрессоров в правой части, благодаря именно наложению треугольной структуры. Применяя метод концентраций к сетке параметров из пороговых значений (возможные значения порога выбирались так, чтобы в каждом режиме было не менее 15% наблюдений плюс число параметров для каждого из уравнений), были получены МНК-оценки параметров, зависящие от γ . Далее выбором значения γ , соответствующего минимальной обобщенной дисперсии (определитель ковариационной матрицы структурных шоков), была выбрана оптимальная модель. Для данной модели приводятся оценки коэффициентов и их стандартные ошибки (кроме стандартных ошибок для γ ввиду невозможности подсчитать асимптотическое нестандартное распределение), а также тестируется значимость двух режимов, то есть нулевая гипотеза

$$H_0 : b_0^2 = 0, B^2 = 0, A^2(1) = 0 \quad (2)$$

против общей альтернативы. Тестирование осуществлено на основе двух статистик, так называемых *sup-Wald* и *ave-Wald*. Пятипроцентные критические значения статистик были получены бустрапом, описанным в Hansen (1997).

В ряде статей Брюс Хансен (Hansen 1996, 1997, 2000) исследовал проблему тестируемости на нелинейность при неидентифицируемости отдельных параметров при нулевой гипотезе линейности (в частности, порога). Для начала предположим, что исследователю каким-то образом известно истинное значение γ . В этом случае тестирование значимости отклонения модели от линейности может быть реализовано, например, посредством *Wald-теста*

$$W_T(\gamma) = (T - 1)(R\hat{\beta}(\gamma))'(R\hat{V}(\gamma)R')^{-1}(R\hat{\beta}(\gamma)), \quad (3)$$

где T — объем выборки, R — 3×16 матрица из нулей и единиц (селектор), с единицами на местах действия второго режима, $\hat{\beta}(\gamma)$ — 16×1 вектор МНК-оценок коэффициентов модели последовательно от первого уравнения до третьего (при заданном γ), $\hat{V}(\gamma)$ — 16×16 блочно-диагональная матрица (из-за некоррелированности структурных шоков) с блоками разной величины по количеству коэффициентов в уравнении VAR, состоящими из «сэндвичей» состоятельных оценок ковариационных матриц оценок коэффициентов отдельных уравнений для заданного γ . Таким образом, статистика Вальда проверяет значимость отличия от нуля дополнительных коэффициентов в неограниченной (нелинейной) модели. При нулевой гипотезе в случае известного γ статистика $W_T(\gamma)$ имеет асимптотическое χ^2 -распределение с количеством степеней свободы, равным количеству ограниченных на нелинейность коэффициентов.

Более реалистичный случай неизвестного γ существенно усложняет задачу. При нулевой гипотезе параметр γ неидентифицируем (модель «схлопывается» в линейную). Из-за этого стандартные процедуры тестирования не работают. Неидентифицируемость порога не позволяет затабулировать квантили асимптотического распределения из-за его непивотальности. Хансен получил выражение для распределения тестовой статистики, а также показал, как исходное распределение можно трансформировать, чтобы оно стало пивотальным (в последнем и состояла цель его работы). Свои результаты Хансен получает в терминах альтернативной асимптотики, а именно, разности коэффициентов в линейной части модели стремятся к нулю со скоростью \sqrt{T} при росте T . Иными словами, в асимптотике модель становится

линейной, и альтернативная гипотеза (о нелинейности) сходится к нулевой (о линейности). Так появляется принципиальная возможность пивотизировать тестовые статистики на нелинейность. Что это за статистики? Основываясь на работе Davis (1977), Хансен предложил тестировать нулевую гипотезу, используя статистику sup-Wald:

$$\text{sup}W = \sup_{\gamma \in G} (W_T(\gamma)), \quad (4)$$

где G — множество возможных значений γ (в нашей модели — множество значений инфляции в прошлом месяце, квартале, с начала года), составляющих «сетку» при оценивании. Идея состояла в том, чтобы ввести некоторый функционал, способный агрегировать значения статистик, получающихся при различных значениях порога. Другой способ — усреднение:

$$\text{ave}W = \frac{1}{N(G)} \sum_{\gamma \in G} W_T(\gamma). \quad (5)$$

Хансен в Hansen (1996) доказывает теорему о том, что распределение тестовой статистики в «бутстраповском мире»¹⁵ сходится к распределению этой статистики при нулевой гипотезе против локальной альтернативы. Это означает, что, повторяя репликации, можно получить приближение к распределению требуемой статистики при нулевой гипотезе.

Процедура бутстрапа состоит из следующих шагов:

1. Для каждой репликации (из N , у нас $N = 1000$) делается извлечение T случайных величин u_t^* , имеющих стандартное нормальное распределение $N(0,1)$. Эта выборка становится зависимой переменной в регрессии с поправкой на гетероскедастичность, т.е. $y_t^* = \hat{\epsilon}_t u_t^*$. Здесь: $\hat{\epsilon}_t$ — остатки NLLS модели с исходными данными (далее не меняются).
2. Используя полученные зависимые переменные и беря исходные независимые переменные x_t (всю правую часть модели 1), TVAR модель оценивается в бутстраповском мире (с последовательным перебором значений γ по сетке). Далее в этом мире рассчитываются Wald-статистики (формула (3))¹⁶. В «сэндвиче» дисперсии используются квадраты бутстрапированных остатков. В заключение итерации на основе Wald-статистик рассчитываются статистики sup-Wald и ave-Wald.
3. При последовательном переборе по репликациям происходит повторение первого и второго шагов процедуры: извлечение выборки нормальных случайных величин, переход к бутстраповским зависимым переменным с сохранением всей правой части, последовательное оценивание модели посредством МНК на сетке для γ , расчет статистик sup-Wald и ave-Wald.
4. На последнем шаге значения тестовых статистик упорядочиваются по возрастанию, и в качестве критического значения берется то, которое соответствует 950 наблюдению (5% критическое значение $\text{sup}W$ или $\text{ave}W$).

Результаты реализации этой процедуры приведены в таблице 1. Во всех случаях выбранное пороговое значение находилось внутри множества возможных значений. Как следует из таблицы 1, только в одном случае из трех можно сделать вывод о значимом на 5% уровне наличии двух режимов в политике Банка России. Если инфляция в предыдущем месяце превышает 0,9% (сезонно-сглаженное изменение потребительских цен за месяц), то происходит переключение во второй режим. Основной интерес представляет реакция инструмента

¹⁵Где при подсчете скор $S = (1/\sqrt{T}) \sum_{t=1}^T x_t \hat{\epsilon}_t$ все слагаемые умножаются на T независимых стандартных нормальных случайных величин.

¹⁶Хансен не указывает на необходимость рецентрирования при таком бутстрапе.

Таблица 1: Тестирование нулевой гипотезы (формула (2)) в пороговой VAR модели экономики России

Пороговая переменная	Оценка порога	sup-Wald	5%	ave-Wald	5%
Инфляция в прошлом месяце	0,9	15,1	14,4	6,5	6,6
Инфляция за прошлые три месяца	2,9	11,2	14,1	4,1	7,2
Накопленная инфляция с начала года	7,1	7,4	14,5	3,3	7,6

Замечания: критические значения статистик получены посредством бутстрапа (1000 репликаций), где выборка из стандартной нормальной случайной величины использована в качестве левой части TVAR без изменений в правой части модели. Инфляция в прошлом месяце — инфляция в предыдущем месяце относительно переменной в левой части. Инфляция за прошлые три месяца — суммарная инфляция за три месяца, предшествующих данному. Накопленная инфляция с начала календарного года — накопленная с начала года к текущему месяцу инфляция.

политики ЦБ в двух режимах. Ниже, в таблицах 2–3, приводятся оценки коэффициентов уравнения для инфляции и денежной базы в первой модели (с инфляцией в прошлом месяце в качестве порога) и соответствующие значения t-статистик. Из-за незначимости цены на нефть во втором режиме (в режиме с высокой инфляцией) в уравнении для денежной базы цена на нефть не была включена в уравнение для денежной базы в этом режиме с целью повышения мощности теста в окончательной версии модели.

Таблица 2: Оценки коэффициентов TVAR модели: уравнение для инфляции

	const	oil _t	oil _{t-1}	inf _{t-1}	mb _{t-1}	oil _{t-1} _I
Коэффициент	0,31	0,01	-0,01	0,68	0,01	0,01
t-статистика	3,21***	1,90*	-0,64	9,68***	0,37	0,72

*Замечания: oil_{t-1} — темп роста цены на нефть в предыдущем месяце, в процентах; inf_{t-1} — месячная инфляция в предыдущем месяце, в процентах; mb_{t-1} — темп роста денежной базы в предыдущем месяце; переменные с «_I» обозначают соответствующие показатели для второго режима (с инфляцией в предыдущем месяце превышающей 0,9%мм). Стандартные ошибки коэффициентов рассчитаны при *iid* предположении о векторе структурных шоков.*

Таблица 3: Оценки коэффициентов TVAR модели: уравнение для денежной базы

	const	oil _t	inf _t	oil _{t-1}	inf _{t-1}	mb _{t-1}	inf _t _I	inf _{t-1} _I
Коэффициент	0,45	-0,02	-2,91	0,02	5,50	0,37	3,17	-4,91
t-статистика	0,71	-1,21	-2,82***	1,32	4,00***	4,13***	2,80***	-3,64***

См. замечания к таблице 2.

Для возможности идентификации обнаруженных режимов с «INF» или «RER» и анализа различий политики в двух режимах была реализована процедура оценивания обобщенных функций отклика на импульс (Generalized Impulse Response Functions).

4 Функции импульсного отклика в нелинейной VAR модели

Оценивание функций отклика для TVAR модели реализовано на основе подхода, предложенного в Коор (1996) и Pesaran & Shin (1997). Учитывая смещение, возникающее при неучете

будущих шоков в промежутке до горизонта прогнозирования в нелинейной модели при оценке условных прогнозов, функции импульсного отклика оценивались нами в виде выражения

$$\text{GIRF}(\Omega_{t-1}, \delta_{\Omega_{t-1}}^k \cdot m, s) = E[Y_{t+h} | \Omega_{t-1}, u_t^k = \delta_{\Omega_{t-1}}^k \cdot m \cdot s] - E[Y_{t+h} | \Omega_{t-1}], \quad (6)$$

где $h = 1, 2, \dots, 12$ — горизонт прогнозирования, $\delta_{\Omega_{t-1}}^k$ — стандартное отклонение k -го структурного шока при истории Ω_{t-1} , $m = 1, 2, 3$ — размер шока (число стандартных отклонений), $s = +1, -1$ — знак шока. При оценивании данной функции использовался «принцип аналогий»: соответствующие математические ожидания заменялись их выборочными аналогами.

Описание процедуры оценивания для первого (второго режимов):

1. Для каждой истории в пределах данного режима (первого или второго), т.е. для каждого Y_{t-1} в данном конкретном режиме посредством случайного выбора (с возвращением) были извлечены 12 раз оценки структурных шоков, принадлежащих данному режиму (разумно считать, что шоки могут быть различны в разных режимах и это необходимо учитывать). Отдельное извлечение осуществлялось как 1×3 вектор.
2. Для каждого значения m и s и для $\delta_{\Omega_{t-1}}^k$, равного стандартному отклонению остатка k -ой переменной в данном режиме, были рекурсивно рассчитаны прогнозы на 13 шагов вперед. На один шаг вперед (t -ый период, период шока) в первом слагаемом функции GIRF k -ый шок равен: $\delta_{\Omega_{t-1}}^k \cdot m \cdot s$, а остальные нули, а во втором слагаемом — все шоки равны нулю. В последующие моменты времени (от $t + 1$ до $t + 12$) на систему (первое и второе слагаемое GIRF) оказывали воздействие шоки, полученные на первом шаге.
3. Данная процедура (шаги 1–2) была повторена 5000 раз и усреднением рассчитаны оценки GIRF для данной истории и данного режима влияния шоков k -ой переменной на будущие значения всех переменных модели. С учетом размера шока и его знака было получено шесть различных профилей влияния i -го шока на j -ю переменную (с учетом экзогенности цен на нефть отдельные профили были нулевыми).
4. Данная процедура (шаги 1–3) была повторена для всех историй в пределах данного режима и потом было произведено усреднение по всем историям в данном режиме (первом или втором).

Основной интерес для нас представляют отклики денежной базы на нефтяные шоки (Рис. 1–2).

Денежная база в ответ на отрицательный нефтяной шок сокращается в обоих режимах, но в режиме низкой инфляции падает сильнее. В ответ на положительный нефтяной шок денежная база ощутимо растет в режиме высокой инфляции, и почти не реагирует в режиме низкой в прошлом месяце инфляции. Таким образом, если представить себе ситуацию, когда ЦБ стартует с низкой в прошлом инфляции, то в ответ на положительный шок цен на нефть он не повышает денежную базу (не накапливает валютные резервы), и сильно (относительно отклика в другом режиме) сокращает её в ответ на негативный нефтяной шок. Эти действия, вообще говоря, помогают сдерживать инфляцию и в будущем, таким образом обеспечивая дальнейшее её снижение в случае нефтяных шоков. Можно ли таким образом утверждать, что ЦБ придерживается режима «INF» когда инфляция в прошлом была низкой? Отсутствие отклика денежной базы на положительный нефтяной шок является доводом в пользу ответа «да» на этот вопрос. Более сильный отклик (сжатие денежной базы) в ответ на негативный нефтяной шок, по сравнению со вторым режимом, также связан с режимом «INF», ЦБ может препятствовать ослаблению номинального курса для недопущения ускорения инфляции. И для положительных и для отрицательных шоков цен на нефть выполняется следующее: ЦБ препятствует переходу системы во второй режим (более высокой инфляции), так как не ослабляет монетарную политику.

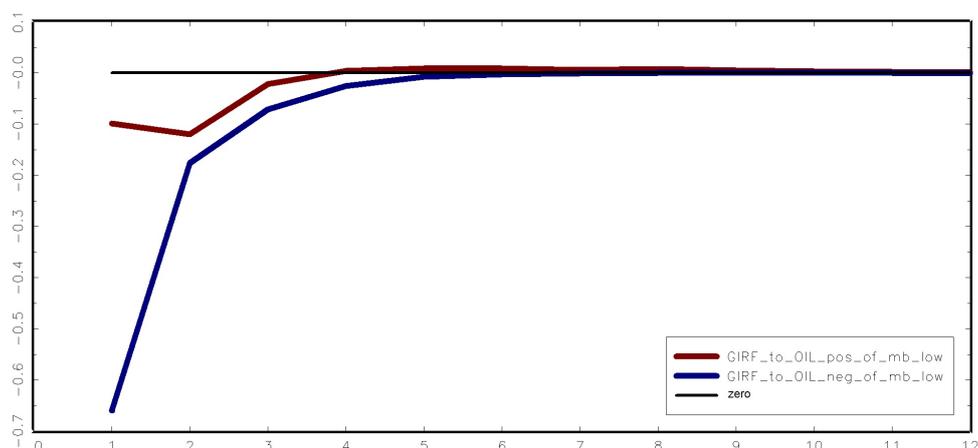


Рис. 1: Отклики денежной базы на нефтяные шоки в первом режиме (низкой стартовой инфляции). Размер шока — два стандартных отклонения, отклик на положительный шок цен на нефть — красная линия, отклик на отрицательный шок цен на нефть — синяя линия.

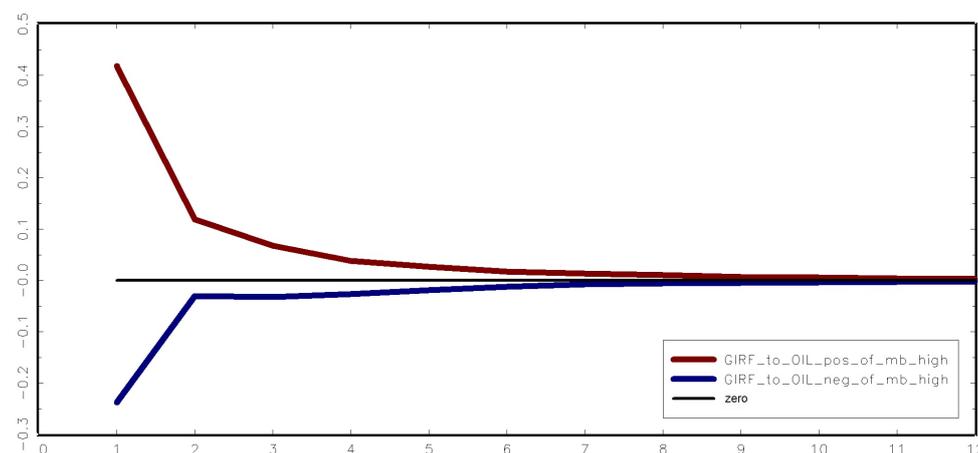


Рис. 2: Отклики денежной базы на нефтяные шоки во втором режиме (высокой стартовой инфляции). Размер шока — два стандартных отклонения, отклик на положительный шок цен на нефть — красная линия, отклик на отрицательный шок цен на нефть — синяя линия.

Если ЦБ стартует во втором режиме, то его реакция на нефтяные шоки полностью укладывается в режим таргетирования реального валютного курса: ЦБ расширяет денежную базу в ответ на положительный шок и сокращает (хотя и не так сильно) в ответ на отрицательный.

Отклики инфляции на шок цены на нефть приведены на Рис. 3–4.

В ответ на положительный шок нефтяных цен инфляция растет в обоих режимах. Но отклик инфляции в первом режиме (низкой инфляции) почти наполовину меньше по сравнению с её откликом во втором режиме. Для отрицательных шоков цен на нефть, инфляция реагирует в соответствии с различиями между политиками таргетирования реального курса и таргетирования инфляции: ослабевает во втором режиме (как при таргетировании реального курса) и почти не реагирует в первом режиме (как при таргетировании инфляции).

Таким образом, доводы в пользу того, что первый режим — режим, когда ЦБ пытался если не таргетировать инфляцию, то уделять её нахождению в целевых пределах гораздо большее внимание, находят свое подтверждение. Реакция денежной базы на шоки инфляции приведена на Рис. 5–6.

В режиме низкой стартовой реакции ЦБ нужным образом реагирует на рост инфляции

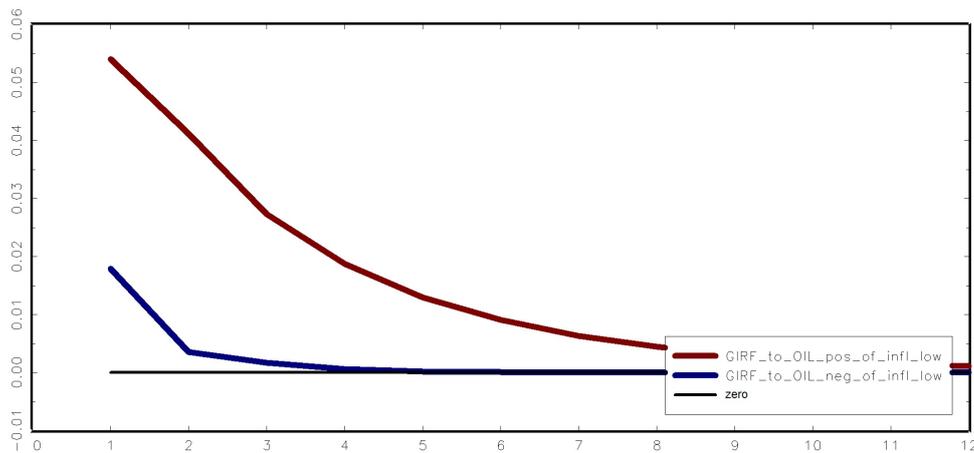


Рис. 3: Отклики инфляции на шок цены на нефть в первом режиме (низкой стартовой инфляции). Размер шока — два стандартных отклонения, отклик на положительный шок цен на нефть — красная линия, отклик на отрицательный шок цен на нефть — синяя линия.

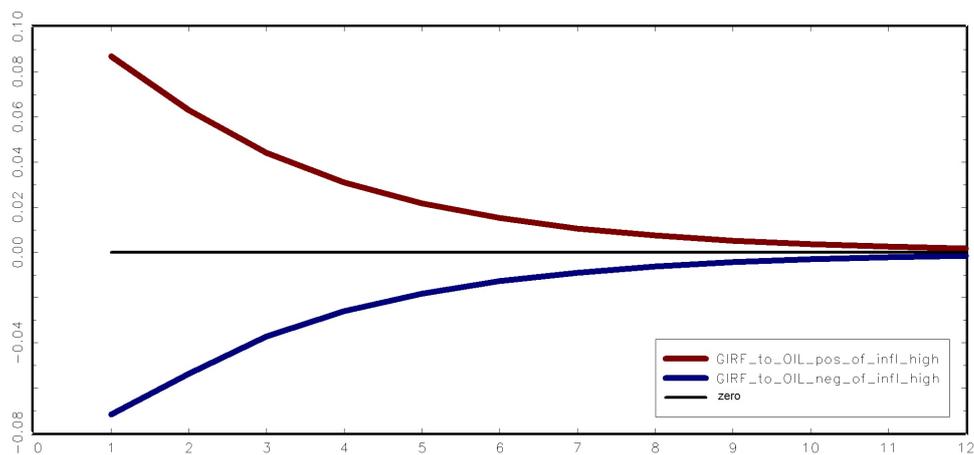


Рис. 4: Отклики инфляции на шок цены на нефть во втором режиме (высокой стартовой инфляции). Размер шока — два стандартных отклонения, отклик на положительный шок цен на нефть — красная линия, отклик на отрицательный шок цен на нефть — синяя линия.

— сокращает денежную базу (Рис. 5), причём сокращает её даже в случае отрицательного шока. Это дополнительный аргумент в пользу того, что ЦБ в этом режиме боролся с инфляцией. Другие профили получены во втором режиме, когда по нашему предположению ЦБ таргетировал реальный курс: в ответ на положительный шок денежная база растёт (Рис. 6). Чем можно объяснить этот парадоксальный результат? Шок общего уровня цен, выводящий инфляцию во второй режим в общем случае не тождественен реальному укреплению (если цены внутренних и импортных товаров изменяются в определенной пропорции соответствующей их весам в потребительской корзине — см. Sosunov & Zamulin, 2007). Если же предположить, что шок инфляции вызван диспропорциональным (большим) изменением цен отечественных неторгуемых товаров, а ЦБ таргетирует реальный валютный курс и ему нет дела до инфляции, то естественным желанием ЦБ будет восстановить паритет относительных цен (повысить цены импорта), а для этого нужно повысить денежную базу (чтобы ослабить номинальный курс) — действия ЦБ аналогичны случаю нефтяного шока, только там давление на реальный курс исходило от снижения цен импорта (за счет номинального укрепления), здесь же давление со стороны растущих цен отечественных товаров.

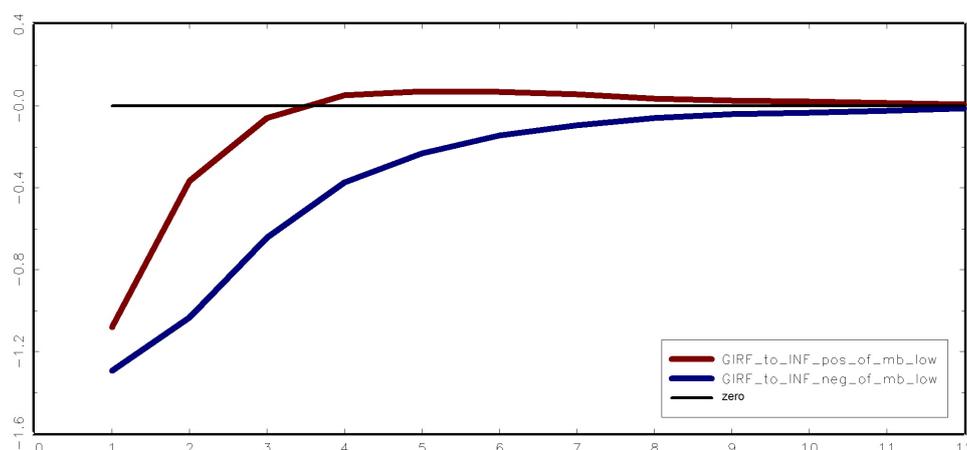


Рис. 5: Отклик денежной базы на шоки инфляции в первом режиме (низкой стартовой инфляции). Размер шока — два стандартных отклонения, отклик на положительный шок инфляции — красная линия, отклик на отрицательный шок инфляции — синяя линия.

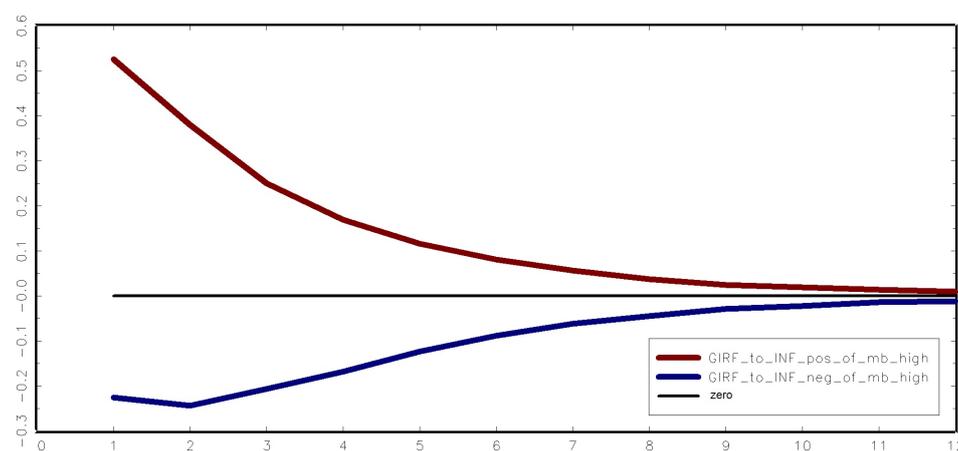


Рис. 6: Отклик денежной базы на шоки инфляции во втором режиме (высокой стартовой инфляции). Размер шока — два стандартных отклонения, отклик на положительный шок инфляции — красная линия, отклик на отрицательный шок инфляции — синяя линия.

Таким образом, при определенных дополнительных предположениях профили реакции денежной базы на шоки инфляции укладываются в схему разделения режимов на «INF» и «RER».

То, что в случае высокой в прошлом инфляции ЦБ России перестает предпринимать попытки её снижения, концентрируясь на таргетировании валютного курса, означает, что цели по поддержанию высоких темпов роста выпуска являлись для ЦБ до кризиса 2008 года более приоритетными, чем цели по инфляции. Подобное поведение ЦБ может быть результатом того, что противодействовать высокой (и/или растущей) инфляции — значит допустить сильное снижение темпов роста выпуска, например, из-за несвязности инфляционных ожиданий в России и поэтому плохого набора для выбора из альтернатив в пространстве «инфляция—отклонение выпуска от потенциала» (inflation-output trade-off). Борьба с инфляцией потребовала бы от ЦБ убеждения экономических агентов в жесткости своих намерений, что при несвязности ожиданий требует сильного монетарного сжатия и рецессии, на что ЦБ России из-за приоритетности целей по выпуску (задача удвоения ВВП) и слабой независимости от правительства пойти просто не мог.

Периоды действия первого и второго режимов, а также их сравнение с динамикой цен на нефть (годовой рост цены на нефть, раз относительно уровня прошлого года) приведено на Рис. 7.

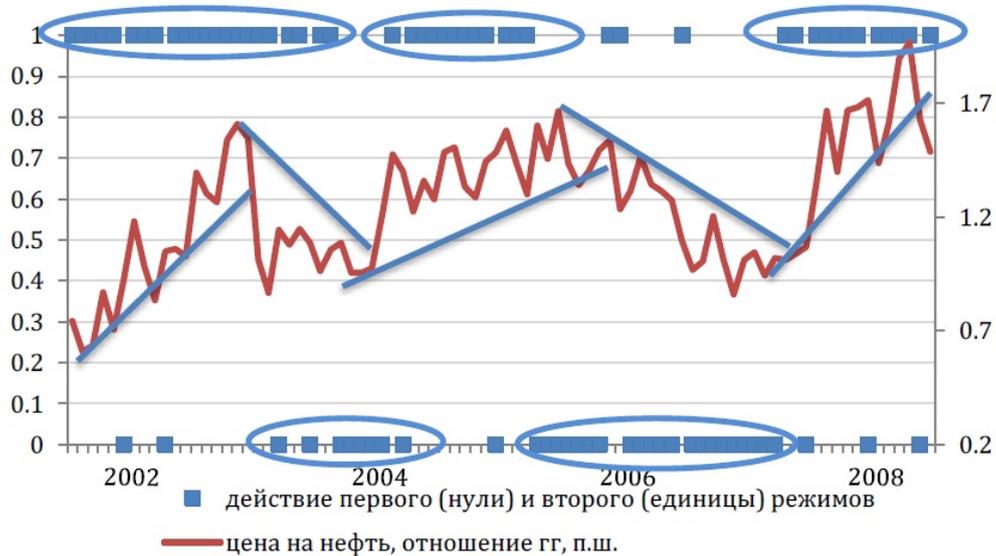


Рис. 7: Режимы политики ЦБ (1 = режим RER) и динамика цены на нефть (рост относительно соответствующего месяца предыдущего года, коэффициент, правая шкала)

В самом начале двухтысячных выделяются пять областей с преобладанием первого или второго режимов (три режима с высокой инфляцией и два с низкой). Сравнение с годовым ростом цен на нефть позволяет обнаружить общее совпадение действия второго (первого) режима с периодами растущих (падающих) цен на нефть. Так, наиболее продолжительный период низкой инфляции с лета 2005 по лето 2007 года совпал с замедлением годового роста цен на нефть с 1,7 раза до 0,9 раза относительно соответствующего месяца предыдущего года. В связи с этим интересно, каким образом происходит переключение между режимами?

Итак, есть основания полагать, что основным источником шоков были нефтяные шоки. Например, стартуя с режима с высокой инфляцией, ЦБ в некоторый момент времени сталкивался с негативным нефтяным шоком (как летом 2005 года), в результате происходило снижение инфляции и некоторое снижение денежной базы (в соответствии с полученными оценками GIRF, возможно потому, что ЦБ таргетировал курс и препятствовал номинальному ослаблению рубля). В итоге, спустя некоторое время, инфляция оказывалась ниже порога и происходило переключение во второй режим «INF». В этом режиме ЦБ продолжал снижать инфляцию, уменьшая денежную базу.

Эта зависимость текущего отношения ЦБ к борьбе с инфляцией от её прошлого уровня, на наш взгляд, является примечательным результатом. Снижение инфляции может предполагать и ослабление давления на реальный курс в сторону его укрепления. Когда курс перестает укрепляться в прежнем более высоком темпе (меньше негативное влияние на отечественный импортозамещающий сектор), у ЦБ появляется больше простора действий для приведения инфляции в её целевые границы, например, при более низкой инфляции можно допустить и некоторое номинальное укрепление курса рубля.

Итак, находясь в первом режиме, инфляция продолжала замедляться до тех пор, пока цены на нефть не изменяли свой тренд. ЦБ никак не реагировал на этот шок цен на нефть, но инфляция повышалась и в ответ на нефтяной шок. Если возникали шоки инфляции, ЦБ реагировал снижением денежной базы, проводил антиинфляционную политику (вновь следует из наших оценок GIRF). В некоторый момент времени, из-за доминирования шоков цен

на нефть над шоками инфляции (по-нашему мнению, первые возникали более часто), инфляция превышала пороговое значение и, в новых условиях, необходимость таргетирования реального курса повышала свое значение для поддержания темпов роста ВВП. ЦБ изменял свою политику и концентрировался всецело на таргетировании реального валютного курса.

5 Заключение

Существует точка зрения, что на протяжении нулевых ЦБ России пытался таргетировать реальный валютный курс, вследствие чего регулярно нарушал свои цели по инфляции. Мы оценили простую пороговую VAR модель для России, чтобы проверить, не встречаются ли на всем рассматриваемом промежутке времени отдельные периоды, когда ЦБ действительно пытался бороться с инфляцией?

Наши результаты обнаруживают определенные свидетельства в пользу этого, а именно, наличие двух режимов в политике ЦБ является значимым, но эти результаты не являются столь однозначными. В целом, заявленная и фактическая политика Центрального банка России слабо соответствовали друг другу.

В частности мы обнаружили, что:

1. Прошлая инфляция могла выступать для ЦБ своего рода индикатором произошедшего реального укрепления курса рубля. Когда инфляция оказывалась низкой, то ЦБ, возможно, мог позволить себе переключиться на борьбу с инфляцией (режим «INF»). Когда же инфляция повышалась, ЦБ был вынужден уделять большее внимание динамике реального валютного курса (режим «RER»).
2. Переключение между режимами происходило эндогенно по достижению инфляцией определенного порога (а именно 0,9%мм). Но из-за того, что основным (и частым) источником шоков (по-нашему мнению) являлись шоки цен на нефть, влияющие на инфляцию, последняя становилась более волатильной. ЦБ же имел лишь ограниченное влияние на инфляцию даже в режиме «INF» (объяснение в следующем пункте), в результате чего внешние шоки достаточно легко выводили инфляцию за порог переключения (или обратно), и после этого ЦБ изменял свою политику.
3. Главная причина неуспеха ЦБ в достижении целевых показателей инфляции в двухтысячные, несмотря на обнаруженные нами его попытки «таргетирования инфляции» в определенные периоды времени, по нашему мнению, состоит именно в том, что ЦБ прибегал к изменению своей политики (уходил от таргетирования реального курса) не навсегда, а лишь на некоторый промежуток времени. Эта слабость приверженности ЦБ собственным целям по инфляции приводила к несвязности инфляционных ожиданий экономических агентов и высокой долгосрочной ожидаемой ими инфляции (выше таргета ЦБ). Поэтому переход к антиинфляционной политике в отдельные периоды не имел успеха. Свою негативную роль сыграла также зависимость ЦБ от целей правительства по удвоению ВВП, что вынудило ЦБ прибегнуть к таргетированию реального валютного курса, вместо того чтобы допустить укрепление номинального курса до равновесного уровня в ответ на частые положительные нефтяные шоки.

Благодарности

Автор выражает благодарность профессору НИУ ВШЭ Олегу Замулину, Ph.D., за участие в рецензировании статьи, комментарии и замечания. За помощь в подготовке статьи к публикации автор признателен Алексею Ермилову. Автор несет ответственность за все возможные ошибки и неточности.

Список литературы

- Atanasova, C. (2003). Credit market imperfections and business cycle dynamics: a nonlinear approach. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 7, статья 5.
- Balke, N.S. (2000). Credit and economic activity: credit regimes and nonlinear propagation of shocks. *Review of Economics and Statistics* 82, 344–349.
- Davies, R.B. (1977). Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative. *Biometrika* 64, 247–254
- Franses, P. & D. van Dijk (2000). *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*. New York: Cambridge University Press.
- Hansen, B.E. (1996). Hypothesis testing when a nuisance parameter is not identified under the null hypothesis. *Econometrica* 64, 413–430.
- Hansen, B.E. (1997). Inference in TAR models. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 2, 1–14.
- Hansen, B.E. (2000). Sample splitting and threshold estimation. *Econometrica* 68, 575–603.
- Ho, T. (2005). Investigating the threshold effects of inflation on PPP. *Economic Modelling* 22, 926–948.
- Koop, G., H.M. Pesaran & S. Potter (1996). Impulse response analysis in nonlinear multivariate models. *Journal of Econometrics* 74, 119–147.
- Mandler, M. (2010). Macroeconomic dynamics and inflation regimes in the U.S. Results from threshold vector autoregressions. Препринт MPRA №21887.
- Pesaran, H.M. & Y. Shin (1998). Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics Letters* 58, 17–29.
- Shen, C.-H. & T.C.-N. Chiang (1999). Retrieving the vanishing liquidity effect – a threshold vector autoregressive model. *Journal of Economics and Business* 51, 259–277.
- Sosunov, K. & O. Zamulin (2006). The inflationary consequences of real exchange rate targeting via accumulation of reserves. Center for Economic and Financial Research, Препринт №w0082.
- Sosunov, K. & O. Zamulin (2007). Monetary policy in an economy sick with Dutch disease. Center for Economic and Financial Research, Препринт №w0101.
- Tena, J.D. & A.R. Tremayne (2009). Modelling monetary transmission in UK manufacturing industry. *Economic Modelling* 26, 1053–1066.

Declared and actual policy of the Russian Central Bank in 2000–2008: how large is the difference?

Andrey Sinyakov

Sberbank of Russia, Moscow, Russia

There is an opinion that the Russian Central Bank's actual policy in 2000–2008 was real exchange rate targeting. At the same time, the Central Bank regularly declared inflation targets, but regularly missed them. We estimate a simple structural threshold VAR model of the Russian economy to test for these two regimes of the CB's policy. Our testing procedure is based on applying the bootstrap to the estimated TVAR model. We find significant nonlinearity (two policy regimes) caused by endogenous switching between regimes based on past month inflation. The Central Bank by changing its targets was not able to commit to inflation reduction in that period of time, hence facing the issue of “credible monetary policy.” After the global financial crisis the CB declared its commitment to inflation targeting. But, based on our findings, the policy will be successful only if the Central Bank actually commit itself to reaching inflationary goals.

Keywords: structural TVAR, bootstrap, generalized impulse response functions, inflation targeting, real exchange rate targeting

JEL Classification: E52, C32, C12

Quantile

No. 11, June 2013

English page in the world wide web: <http://quantile.ru/eng>

Electronic mail address: quantile@quantile.ru

Access to the journal is free and unlimited

EDITOR

Stanislav Anatolyev

New Economic School (Moscow, Russia)

EDITORIAL COUNSEL

Victoria Zinde-Walsh

McGill University (Montréal, Canada)

Rustam Ibragimov

Harvard University (Cambridge, USA)

Anna Mikusheva

Massachusetts Institute of Technology (Cambridge, USA)

Alexey Onatsky

Cambridge University (Cambridge, UK)

Konstantin Tyurin

Indiana University (Bloomington, USA)

Alexander Tsyplakov

Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russia)

Victor Chernozhukov

Massachusetts Institute of Technology (Cambridge, USA)

GUIDE TO AUTHORS

Manuscripts for publication in the “Articles” section should be submitted by electronic mail to the address *submit@quantile.ru*. Submitted work may be drawn from any applied field within the economics profession. The main requirement is correct usage of adequate econometric methodology. The manuscript should be written in Russian (for Russian-speaking persons) or in English (for all others) in the *Microsoft Word* or (preferably) *LaTeX* formats, and not exceed 30 double-spaced A4 pages. All submissions are subject to quality control by the editorial counsel and independent referees. A promising manuscript may be returned to the author(s) for polishing or rewriting. The editor also invites econometrics experts worldwide to contribute to the methodological sections of the journal.

Articles and methodological material published in “Quantile” do not transfer original copyright, neither in full, nor in part.

Solutions to the problems from the “Problems and Solutions” section and new problems can be sent to the address *ps@quantile.ru*.

Quantile

*international econometric journal
in Russian language*

**No. 11
June 2013**

IN THIS ISSUE

Econometric literacy: time series modeling

- | | |
|---|----|
| Anatolyev, Stanislav. Objects of nonstructural time series modeling | 1 |
| Kuan, Chung-Ming. Markov switching model | 13 |

Articles: econometrics of industrial organization

- | | |
|--|----|
| Lipin, Andrey. Empirical analysis of imperfect competition in the rice market in the Asia-Pacific region | 41 |
| Anikina, Anna. Discrete choice modeling and demand estimation for diapers | 61 |

Articles: macroeconometrics

- | | |
|---|----|
| Burkovskaya, Anastasia. Monetary political business cycles: new democracy setting | 75 |
| Sinyakov, Andrey. Declared and actual policy of the Russian Central Bank in 2000–2008: how large is the difference? | 91 |