

Статьи: макроэконометрика

Альтернативные модели прогнозирования основных макроэкономических показателей в Армении^{*}

Карен Погосян[†]

Центральный банк Армении, Ереван, Армения

В данной работе рассматриваются особенности применения моделей векторной авторегрессии для краткосрочного прогнозирования динамики основных макроэкономических показателей. В частности, рассматривается традиционная модель векторной авторегрессии без ограничений, Байесовская модель векторной авторегрессии и факторно-расширенная модель векторной авторегрессии. Для оценивания параметров указанных моделей применяются временные ряды макроэкономических показателей Армении с 1996 по 2014 гг. в квартальном разрезе. На основе минимизации среднеквадратичной ошибки прогноза делается вывод о наиболее приемлемой модели.

Ключевые слова: векторная авторегрессия, главные компоненты, Байесовское оценивание, макроэкономические показатели, Армения

Классификация JEL: C11, C13, C52, C53

1 Введение

Для проведения эффективной денежно-кредитной политики центральные банки (ЦБ) заинтересованы в постоянном совершенствовании методологии краткосрочного и долгосрочного прогнозирования динамики макроэкономических показателей. Известно, что денежно-кредитная политика ЦБ влияет на экономику с некоторым временным лагом. В результате при принятии того или иного решения денежно-кредитной политики ЦБ более заинтересованы в том что может произойти с динамикой макроэкономических показателей в будущем. Именно поэтому в ЦБ разрабатываются структурные динамические модели общего равновесия (см. обзор в Микушева 2014), которые в основном применяются для объяснения структурных изменений в экономике, а также для долгосрочного прогноза экономической динамики. С другой стороны, известно, что для долгосрочной динамики макроэкономических показателей важное значение имеют краткосрочные колебания, из которых в конечном счете складывается долгосрочная динамика. Следовательно, для анализа долгосрочных колебаний экономической динамики особое значение для ЦБ приобретает изучение и практическое применение методологии краткосрочного прогнозирования. Опыт различных Центральные Банков показывает, что для краткосрочного прогнозирования макроэкономических показателей целесообразно применять эконометрические модели, основанные на анализе временных рядов и, в частности, модель векторной авторегрессии.

В данной работе мы рассматриваем три известные и наиболее распространенные в практике краткосрочного прогнозирования модели векторной авторегрессии. В частности, рассматриваются модель векторной авторегрессии без ограничений (unrestricted vector autoregression, VAR), Байесовская модель векторной авторегрессии (Bayesian vector autoregression, BVAR) и,

^{*}Цитировать как: Погосян, Карен (2015). «Альтернативные модели прогнозирования основных макроэкономических показателей в Армении», Квантиль, №13, стр. 25–39. Citation: Poghosyan, Karen (2015). “Alternative models for forecasting the key macroeconomic variables in Armenia”, Quantile, No. 13, pp. 25–39.

[†]Адрес: 0010, Ереван, ул. Вазгена Саргсяна 6, Центральный банк Армении, департамент экономических исследований. Электронная почта: karen.poghosyan@cba.am

наконец, получившая в последнее десятилетие большую популярность факторно-расширенная модель векторной авторегрессии (factor augmented vector autoregression, FAVAR). Указанные модели векторной авторегрессии имеют существенные различия. По крайней мере можно указать следующие: во-первых, в модель VAR можно включать сравнительно небольшое количество временных рядов, тогда как в модель FAVAR можно включать сравнительно большое количество исходных временных рядов. Во-вторых, если модель VAR является моделью без ограничений, то модель BVAR является моделью с ограничениями. В третьих, модель FAVAR, в отличие от моделей VAR и BVAR, кроме исходных временных рядов включает также динамику так называемых главных компонент. Расчет главных компонент, как правило, осуществляется на основе ковариационной (или корреляционной) матрицы исходных временных рядов, причем количество рассчитанных главных компонент бывает значительно меньше количества исходных временных рядов. В эконометрической литературе существуют различные подходы к выделению главных компонент. В частности наибольшее распространение получили следующие три алгоритма: статический алгоритм (Stock & Watson 2002) и два динамических алгоритма из Forni, Hallin, Lippi & Reichlin (2005) и из Doz, Giannone & Reichlin (2011, 2012). В данной работе для выделения главных компонент мы применяем статический алгоритм (Stock and Watson 2002) и динамический алгоритм (Doz, Gianonne & Reichlin 2011, 2012).

Для оценивания параметров вышеуказанных моделей применяются фактические временные ряды макроэкономических показателей Армении с 1996 по 2014 гг. в квартальном разрезе. Некоторые из макроэкономических временных рядов были подвергнуты первоначальной статистической обработке, в частности, некоторые временные ряды были прологарифмированы, сезонно сглажены, и взяты их первые разности.

Основная цель данной работы состоит в том, чтобы на основе сравнительного анализа прогнозных свойств различных моделей векторной авторегрессии найти ту модель, которая была бы наиболее адекватна в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки прогноза для прогнозирования динамики макроэкономических показателей в Армении. С целью поиска наиболее адекватной модели мы проделываем различные эксперименты, основываясь на фактической динамике временных рядов. Сущность этих экспериментов состоит в следующем: общее количество наблюдений во временных рядах делим на две части, далее первую часть наблюдений применяем для оценивания различных моделей векторной авторегрессии, а вторую часть наблюдений применяем для сравнения с полученными прогнозами по различным моделям векторной авторегрессии. Генерация прогнозов по различным моделям векторной авторегрессии осуществляется по рекурсивной схеме регрессионного эксперимента. Наилучшей считается та модель векторной авторегрессии, которая минимизирует показатель среднеквадратичной ошибки прогноза.

Настоящая работа имеет следующую структуру. Во второй части дается обзор основных моделей векторной авторегрессии. В этой же части дается общее описание статического и динамического (во временной области) алгоритмов расчета главных компонент. В третьей части мы даем общую характеристику и результат первичной обработки применяемых временных рядов. Здесь же мы предоставляем источники сбора первичной статистической информации, а также некоторые сведения о применяемом компьютерном пакете для осуществления вычислений. В четвертой части мы представляем сущность рекурсивной схемы регрессионного эксперимента. В последней части приводятся результаты сравнительного анализа различных моделей векторной авторегрессии, а также делаются выводы о наиболее адекватной модели прогнозирования.

2 Обзор моделей векторной авторегрессии

В этой части работы мы представим общую идею и принципы оценивания трех основных и наиболее распространенных в практике прогнозирования моделей векторной авторегрессии. Изложение начнем с модели векторной авторегрессии без ограничений, которая имеет следующий общий вид:

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + v_t, \quad (1)$$

где y_t — вектор исходных переменных размера $n \times 1$, c — вектор постоянных коэффициентов размера $n \times 1$, A_1, A_2, \dots, A_p — матрицы оцененных параметров размера $n \times n$ для различных временных лагов $l = 1, 2, \dots, p$, v_t — вектор ошибок модели размер $n \times 1$, $v_t \sim N(0, \sigma^2 I_{n \times n})$. Известно, что параметры модели векторной авторегрессии без ограничений можно существенно оценить методом наименьших квадратов (Hamilton 1994). Заметим, что в модели векторной авторегрессии без ограничений часто бывает необходимо оценивать значительное количество неизвестных параметров (особенно когда $p > 1$). Как правило, проблема, связанная со сверх-параметризацией модели векторной авторегрессии, может стать причиной смещения оценок, и как следствие этого увеличения среднеквадратичной ошибки прогнозов (Gupta & Kabundi 2009a, 2009b).

Для решения проблемы сверх-параметризации в эконометрической литературе предлагается альтернативный алгоритм для оценивания модели векторной авторегрессии, основанный на Байесовском подходе. Основная идея Байесовской модели векторной авторегрессии (BVAR) состоит в том, что при увеличении временного лага модели оцениваемые параметры обнуляются. В этом отношении модель BVAR по сути своей является моделью с ограничениями. Ограничения на параметры модели делаются исходя из априорной информации о нормальной природе распределения параметров с нулевым математическим ожиданием и убывающим среднеквадратическим отклонением. Исключением является лишь параметр при первом лаге зависимой переменной, у которого математическое ожидание приравнивают единице. Изложенная схема априорной информации о распределении параметров модели векторной авторегрессии была предложена в Litterman (1981). Таким образом, обобщая этот подход, мы можем сделать следующие выводы:

1. Параметры первого лага зависимой переменной следуют процессу авторегрессии первого порядка AR(1), тогда как параметры для остальных лагов приравниваются нулю;
2. Стандартные отклонения параметров модели задаются по следующему правилу:

$$\frac{\lambda_1}{l\lambda_3} \text{ если } i = j, \quad \frac{\sigma_i \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_j l \lambda_3} \text{ если } i \neq j,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — постоянные коэффициенты, конкретные значения которых равны $\lambda_1 = 0, 2$, $\lambda_2 = 0, 5$, $\lambda_3 = 1$ или 2 (Canova 2007), i — номер i -ой переменной в i -ом уравнении модели векторной авторегрессии, j — номер j -ой переменной в i -ом уравнении модели векторной авторегрессии, σ_i, σ_j — стандартные отклонения ошибок модели авторегрессии 1-го порядка для i -ой и j -ой переменной соответственно; если $i = j$, то этот коэффициент совпадает с λ_1 коэффициентом первого лага зависимой переменной.

Для большей наглядности приведем условный пример задания априорных параметров распределения в модели векторной авторегрессии с двумя переменными (x_t, y_t) и временным лагом, равным $l = 2$. В данном случае будем иметь следующую модель:

$$\begin{aligned} x_t &= a_{10} + a_{11}x_{t-1} + a_{12}y_{t-1} + b_{11}x_{t-2} + b_{12}y_{t-2} + v_t, \\ y_t &= a_{20} + a_{21}x_{t-1} + a_{22}y_{t-1} + b_{21}x_{t-2} + b_{22}y_{t-2} + u_t. \end{aligned} \quad (2)$$

Из приведенной модели можно заметить, что для переменных x_t и y_t коэффициентами авторегрессии первого порядка являются a_{11} и a_{22} соответственно. Следовательно, согласно

Litterman (1981), априорные математические ожидания для параметров модели векторной авторегрессии будет вектор $\tilde{b}_0 = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)'$, т.е. кроме параметров a_{11} и a_{22} , априорные математические ожидания всех остальных параметров равны нулю. Матрица априорных дисперсий H является диагональной и имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \lambda_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_1 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_1}{2^{\lambda_3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_1 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_2 2^{\lambda_3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_2 \lambda_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_2 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_2 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_1 2^{\lambda_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\lambda_1}{2^{\lambda_3}} \end{pmatrix}^2$$

Диагональные элементы $(\sigma_1 \lambda_4)^2$ и $(\sigma_2 \lambda_4)^2$ являются априорными дисперсиями для параметров a_{10} и a_{20} , где $\lambda_4 = 10^5$ (Canova 2007). Элементы $(\lambda_1)^2$ и $\left(\frac{\lambda_1}{2^{\lambda_3}}\right)^2$ являются априорными дисперсиями соответственно для a_{11} , b_{11} и a_{22} , b_{22} . Наконец, элементы $\left(\frac{\sigma_1 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_2}\right)^2$ и $\left(\frac{\sigma_1 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_2 2^{\lambda_3}}\right)^2$ являются априорными дисперсиями для параметров a_{12} и b_{12} , тогда как $\left(\frac{\sigma_2 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_1}\right)^2$ и $\left(\frac{\sigma_2 \lambda_1 \lambda_2}{\sigma_1 2^{\lambda_3}}\right)^2$ — априорные дисперсии для a_{21} и b_{21} .

Следующий вопрос, который требует некоторых пояснений, — имея параметры априорного распределения, каким образом можно оценить параметры апостериорного распределения. Для этого можно применить Байесовский подход к оцениванию параметров. В случае векторной авторегрессии Байесовские оценки апостериорного распределения можно вывести аналитическим путем (Hamilton 1994). Аналитические формулы для параметров апостериорного распределения имеют вид:

$$\begin{aligned} \beta^* &= (H^{-1} + \Sigma^{-1} \otimes X_t' X_t)^{-1} (H^{-1} \tilde{b}_0 + \Sigma^{-1} \otimes X_t' X_t \hat{b}), \\ \mathbb{V}(\beta^*) &= (H^{-1} + \Sigma^{-1} \otimes X_t' X_t)^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где β^* — вектор апостериорных математических ожиданий параметров модели векторной авторегрессии, X_t — матрица размера $T \times k$ исходных временных рядов, \hat{b} — вектор параметров, оцененных стандартным методом наименьших квадратов, \tilde{b}_0 — вектор априорных математических ожиданий параметров (см. условный пример выше), H — матрица априорных дисперсий для параметров модели (см. условный пример выше), Σ — матрица размера $k \times k$, на главной диагонали которой стоят единицы. Таким образом, имея все вышеперечисленные векторы и матрицы, с помощью формул (4) можно подсчитать апостериорные параметры, а также апостериорные дисперсии параметров модели.

Теперь обратимся к рассмотрению факторно-расширенной модели векторной авторегрессии (FAVAR). Как было указано выше, эта модель, кроме основных временных рядов, включает также главные компоненты. В связи с этим оценивание FAVAR осуществляется в два этапа: на первом этапе оцениваются главные компоненты, а на втором производится оценивание и прогнозирование модели. Теперь рассмотрим особенности указанных этапов более подробно. Выше было указано, что главные компоненты можно рассчитать несколькими способами. В эконометрической литературе выделяют три подхода для расчета динамики главных компонент (Barhoumi, Darne, & Ferrara 2009). Первый и наиболее простой с точки зрения вычислительного алгоритма подход принято называть статическим алгоритмом

выделения главных компонент (Stock & Watson 2002). Другие два подхода являются динамическими алгоритмами. Первый алгоритм был предложен в работе Forni, Hallin, Lippi & Reichlin (2005), а второй — в работе Doz, Gianonne & Reichlin (2011, 2012). Различие между последними двумя подходами в основном состоит в том, что первый подход для выделения главных компонент применяет элементы спектрального анализа временных рядов, тогда как второй основан на применении многомерного фильтра Кальмана. В данной работе для выделения главных компонент мы применяем статический алгоритм Stock & Watson (2002) и динамический алгоритм Doz, Gianonne & Reichlin (2011, 2012). Представим вычислительные аспекты указанных алгоритмов выделения главных компонент более подробно.

2.1 Статический алгоритм выделения главных компонент

Пусть имеются N стационарных временных рядов $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Nt})'$, $t = 1, 2, \dots, T$. На основе x_t можно рассчитать выборочную ковариационную матрицу:

$$\hat{\Gamma}_0 = \sum_{i=1}^T x_i x_i'. \quad (4)$$

Задача состоит в том, чтобы найти $r \ll N$ таких линейных комбинаций $f_{i,t} = \hat{s}_i' x_t$, чтобы максимизировать дисперсию главных компонент $\hat{s}_i' \Gamma_0 \hat{s}_i$. Вводя обычное ограничение $\hat{s}_i' \hat{s}_i = 1$ и оптимизируя лагранжиан $L = \hat{s}_i' \Gamma_0 \hat{s}_i - \hat{\mu}_i (\hat{s}_i' \hat{s}_i - 1)$ относительно \hat{s}_i , приходим к следующему матричному тождеству: $\Gamma_0 \hat{s}_i = \hat{\mu}_i \hat{s}_i$ (Schumacher 2007).

Таким образом, видим, что поиск первых r линейных комбинаций $f_{i,t} = \hat{s}_i' x_t$, $i = 1, 2, \dots, r$, где $r \ll N$, сводится к задаче отыскания собственных значений и собственных векторов ковариационной матрицы $\hat{\Gamma}_0$. В нашем случае диагональная матрица собственных значений представлена $\hat{\mu}_i$, которым соответствует \hat{s}_i собственных вектора. Собственные векторы в свою очередь являются весовыми коэффициентами для расчета динамики главных компонент. Таким образом, статический подход выделения главных компонент сводится к алгебраической проблеме поиска собственных значений и собственных векторов ковариационной (или корреляционной) матрицы исходных переменных.

2.2 Динамический алгоритм выделения главных компонент

Динамическая факторная модель может быть представлена в пространстве состояний (см. Цыплаков 2011) следующим образом:

$$\begin{aligned} y_t &= \Lambda f_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim i.i.d. N(0, R), \\ f_t &= A_1 f_{t-1} + A_2 f_{t-2} + \dots + A_p f_{t-p} + u_t, \quad u_t \sim i.i.d. N(0, Q). \end{aligned} \quad (5)$$

В указанной модели ненаблюдаемой компонентой, динамику которой мы и хотим оценить, применяя фильтр Кальмана, является переменная f_t . Для этого в первую очередь необходимо оценить элементы матриц Λ и F . Заметим, что Λ — матрица факторных нагрузок, а F — вектор значений главных компонент, когда $t = 1$. Другими словами, в качестве исходных значений мы используем первую строку главных компонент, полученных статическим алгоритмом. Исходная дисперсионная матрица рассчитывается с помощью выделенных статическим алгоритмом главных компонент. Относительно элементов матрицы A следует отметить, что они получаются на основе оценивания стандартной модели векторной авторегрессии с помощью традиционного метода наименьших квадратов. Матрица Q — дисперсионная матрица остатков векторной авторегрессии $F_t = A(L)F_t + \epsilon_t$. Элементы матрицы R оцениваются как $y_t - \hat{\Lambda} \hat{f}_t = \hat{\epsilon}_t$. Итак, имея исходные значения F , а также соответствующие матрицы

Λ, A, R, Q , можно оценить динамику F с помощью известного фильтра Кальмана, который имеет следующие алгоритмические шаги:¹

Алгоритм фильтра Кальмана следующий:

$$\begin{aligned} L &= (\Lambda_t P_{t|t-1} \Lambda_t' + R_t)^{-1}, \\ f_{t|t} &= f_{t|t-1} + P_{t|t-1} \Lambda_t' L (y_t - \Lambda_t f_{t|t-1}), \\ P_{t|t} &= P_{t|t-1} - P_{t|t-1} \Lambda_t' L \Lambda_t P_{t|t-1}, \\ f_{t+1|t} &= A f_t + t|t + K_t (y_t - \Lambda_t f_t), \\ K_t &= A P_{t|t} \Lambda_t' L, \\ P_{t+1|t} &= A P_{t|t-1} A' + Q. \end{aligned} \quad (6)$$

Алгоритм сглаживания ненаблюдаемой компоненты имеет вид

$$\begin{aligned} f_{t|T} &= f_{t|t} + P_{t|t} A' P_{t+1|t}^{-1} (f_{t|T+1} - f_{t+1|t}), \\ P_{t|T} &= P_{t|t} + P_{t|t} A' P_{t+1|t}^{-1} (P_{t|T+1} - P_{t+1|t}) (P_{t|t} A' P_{t+1|t}^{-1})'. \end{aligned} \quad (7)$$

Что касается алгоритма квази-максимального правдоподобия, то в основе этого алгоритма лежит двухшаговый алгоритм фильтра Кальмана. Основное отличие заключается в том, что алгоритм квази-максимального правдоподобия является итеративной процедурой. Здесь двухшаговый алгоритм Кальмана применяется многократно до тех пор, пока динамика выделенных главных компонент не перестанет изменяться.

Итак, имея рассчитанную по вышеизложенным алгоритмам динамику главных компонент, можно перейти ко второму этапу оценивания факторно-расширенной модели векторной авторегрессии. Для этого в первую очередь отметим, что модель FAVAR — стандартная модель векторной авторегрессии, где кроме небольшого количества основных временных рядов также включается динамика рассчитанных главных компонент. Следовательно, следуя Bernanke, Boivin & Elias (2005), FAVAR модель можно представить как

$$\begin{vmatrix} Y_t \\ F_t \end{vmatrix} = A_1 \begin{vmatrix} Y_{t-1} \\ F_{t-1} \end{vmatrix} + A_2 \begin{vmatrix} Y_{t-2} \\ F_{t-2} \end{vmatrix} + \dots + A_p \begin{vmatrix} Y_{t-p} \\ F_{t-p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_t \\ u_t \end{vmatrix}, \quad (8)$$

где Y_t — вектор основных макроэкономических временных рядов, F_t — вектор главных компонент, динамика которых рассчитывается по вышеизложенным алгоритмам, A_1, A_2, \dots, A_p — матрицы оцененных параметров. В модели FAVAR оценивание параметров может производиться с помощью традиционного метода наименьших квадратов или по Байесовскому алгоритму, v_t и u_t — остаточная компонента FAVAR модели с нулевым математическим ожиданием и с диагональной дисперсионной матрицей, соответственно Q и V .

3 Данные

Для оценивания моделей VAR и BVAR были использованы три основных макроэкономических показателя: темп роста реального ВВП, темп инфляции и краткосрочная номинальная процентная ставка по депозитам в национальной валюте. Выбор указанных макроэкономических показателей обусловлен следующими причинами: во-первых, существуют различные эмпирические исследования, где оценивание VAR и BVAR моделей производится именно по этим трем основным макроэкономическим показателям (например, Gupta & Kabundi 2009a, 2009b); во-вторых, мы хотели бы обеспечить сопоставимость наших результатов с результатами аналогичных работ. С другой стороны, данная работа не имеет целью построения структурной эконометрической модели. Простая модель векторной авторегрессии нами рассматривается как эталонная модель, с которой мы будем сравнивать другие модели.

¹Вычислительные подробности содержатся в MATLAB-файлах на сайте homepages.ulb.ac.be/~dgiannon/.

Указанные макроэкономические ряды были подвергнуты первичной статистической обработке. Наша выборка включает квартальные временные ряды с 1996:Q2 по 2014:Q4. Останемся более подробно на принципах первичной обработки.

Первичная статистическая обработка динамики реального ВВП (в среднегодовых ценах 2005 г.) включает следующие шаги. Во-первых, абсолютные величины реального ВВП были прологарифмированы, а затем сезонно сглажены. Во-вторых, используя сезонно сглаженные величины, были рассчитаны первые разности, которые практически показывают процентное изменение динамики реального ВВП по сравнению с предыдущим кварталом. По такой же схеме мы осуществляем первичную статистическую обработку динамики индекса потребительских цен (ИПЦ), который служит индексом инфляции. Отметим, что ИПЦ является цепным индексом, который необходимо трансформировать в базисный ИПЦ. После этого применяем все аналогичные шаги, т.е. осуществляем логарифмирование и сезонное сглаживание, потом берем первые разности. Обработанные по указанной схеме временные ряды реального ВВП и индекса цен приведены на рисунках 1 и 2.

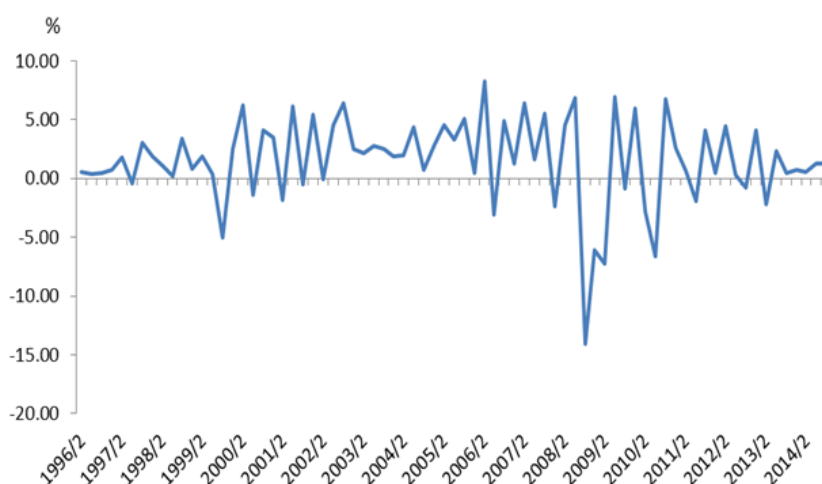


Рис. 1: Темп роста реального ВВП (в %-х к предыдущему кварталу).

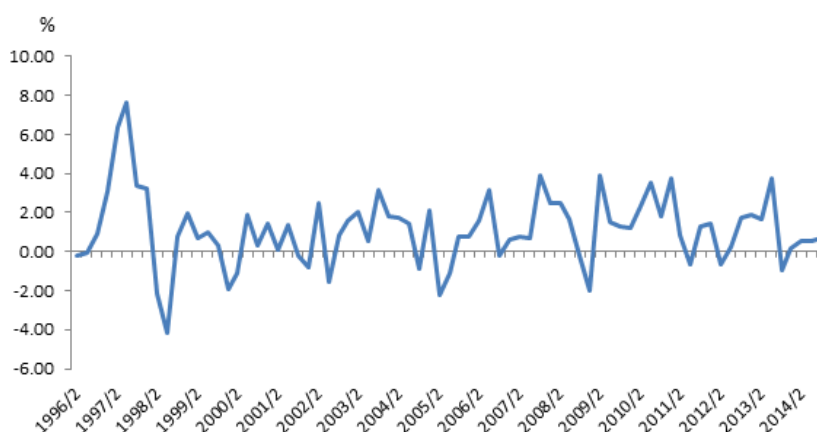


Рис. 2: Темп инфляции (в %-х к предыдущему кварталу).

Относительно временного ряда краткосрочной номинальной процентной ставки по депозитам в национальной валюте можно отметить, что первичная обработка этого показателя

существенно отличается от предыдущих двух показателей. Здесь мы просто берем первые разности (см. Рис. 3).

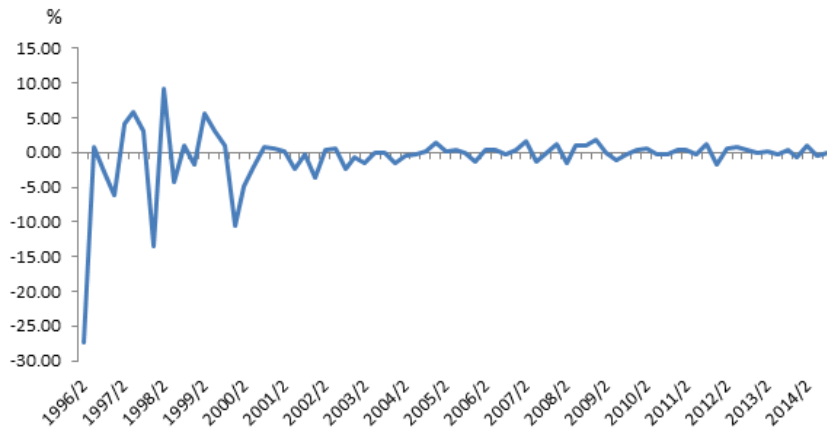


Рис. 3: Номинальная процентная ставка по депозитам в национальной валюте (от 15 дней до 1 года) (изменение в %-х пунктах).

Относительно оценивания неизвестных параметров модели FAVAR следует отметить, что здесь кроме вышеуказанных трех переменных дополнительно мы включаем динамику главных компонент. Для выделения динамики главных компонент были отобраны различные макроэкономические показатели из реального сектора экономики, денежно-кредитного и финансового секторов экономики, мировые цены на топливно-энергетические и сырьевые ресурсы. Наименование и некоторые другие характеристики отобранных временных рядов представлены в таблице на стр. 33.² Отметим, что все используемые в данной работе временные ряды были отобраны из следующих источников: внутренние базы данных Центрального Банка Армении, свободно распространяемые Национальной статистической службой Армении базы данных, а также базы данных с интернет-сайта www.indexmundi.com. Следует также отметить, что все расчеты, связанные с оцениванием параметров моделей, а также оцениванием динамики главных компонент, были осуществлены с помощью специально разработанного для этой цели статистического пакета, который можно бесплатно скачать с сайта www.forecasting.somee.com. Применяя указанный пакет, все вычисления, связанные с вышеизложенными моделями, можно проделать непосредственно в среде Microsoft Excel.

4 Проектирование эксперимента

Для выявления прогнозирующих свойств вышеизложенных моделей векторной авторегрессии нами был проведен регрессионный эксперимент, а именно рекурсивная схема регрессии (Schumacher 2007). С этой целью вся выборка была разбита на две подвыборки. В первую подвыборку включены наблюдения с 1996:Q2 по 2009:Q2 (в целом 53 наблюдений для каждого временного ряда в отдельности), а вторая выборка включает наблюдения с 2009:Q3 по 2014:Q4 (в целом 22 наблюдений).

Рекурсивная схема предполагает следующие шаги. Основываясь на фактических временных рядах с 1996:Q2 по 2009:Q2, мы осуществляем оценивание моделей. Затем производим прогнозы для 1–4 временных такта вперед (2009:Q3, 2009:Q4, 2010:Q1, 2010:Q2). Затем мы увеличиваем длину выборки на одно наблюдение, т.е. до 1996:Q2–2009:Q3, и заново оцениваем параметры и прогнозируем модель для 1–4 временных такта вперед (2009:Q4, 2010:Q1,

² Δ означает, что взяты первые разности, а \ln — что ряд прологарифмирован.

Список использованных временных рядов			
№	Название показателя	Трансформация	Сезонное сглаживание
1	Добавленная стоимость в промышленности (в среднегодовых ценах 2005 года), млн. драм	$\Delta \ln$	Да
2	Добавленная стоимость в сельском хозяйстве (в среднегодовых ценах 2005 года), млн. драм	$\Delta \ln$	Да
3	Добавленная стоимость в строительстве (в среднегодовых ценах 2005 года), млн. драм	$\Delta \ln$	Да
4	Добавленная стоимость в сфере услуг (в среднегодовых ценах 2005 года), млн. драм	$\Delta \ln$	Да
5	Индекс цен промышленного производства (в %-х к предыдущему кварталу)	$\Delta \ln$	Нет
6	Индекс цен в строительстве (в %-х к предыдущему кварталу)	$\Delta \ln$	Нет
7	Тарифы на транспортные перевозки (в %-х к предыдущему кварталу)	$\Delta \ln$	Нет
8	Наличные деньги вне банковской системы, млн. драм	$\Delta \ln$	Да
9	Денежная база, млн. драм	$\Delta \ln$	Да
10	Денежная масса, млн. драм	$\Delta \ln$	Да
11	Кредиты, предоставленные экономике (с начисленными процентами), млн. драм	$\Delta \ln$	Нет
12	Депозиты в банковской системе (без начисленных процентов), млн. драм	$\Delta \ln$	Нет
13	Процентная ставка привлеченных средств в национальной валюте от предприятий (от 15 дней до 1 года), %	Δ	Нет
14	Процентная ставка привлеченных средств в национальной валюте от домашних хозяйств (от 15 дней до 1 года), %	Δ	Нет
15	Процентная ставка предоставленных кредитов предприятиям в национальной валюте (от 15 дней до 1 года), %	Δ	Нет
16	Процентная ставка предоставленных кредитов домашним хозяйствам в национальной валюте (от 15 дней до 1 года), %	Δ	Нет
17	Цены на зерно, долларов США за одну тонну	$\Delta \ln$	Нет
18	Цена на Российский природный газ, долларов США за миллион метрических Британских тепловых единиц	$\Delta \ln$	Нет
19	Цена на бензин, долларов США за галлон	$\Delta \ln$	Нет
20	Цена на нефть марки Brent, долларов США за баррель	$\Delta \ln$	Нет
21	Индекс цен на сельскохозяйственное сырье, %	$\Delta \ln$	Нет
22	Индекс цен на потребительские товары, %	$\Delta \ln$	Нет
23	Индекс цен на продовольственные товары, %	$\Delta \ln$	Нет
24	Индекс цен на промышленные товары, %	$\Delta \ln$	Нет
25	Индекс цен на промышленную продукцию, %	$\Delta \ln$	Нет

2010:Q2, 2010Q3). Так и продолжаем, пока выборка не достигнет периода 1996:Q2–2013:Q4. Далее, применяя выборку 1996:Q2–2014:Q1, мы можем сделать прогноз для 1–3 временных тактов вперед (2014:Q2, 2014:Q3 и 2014:Q4). Затем мы увеличиваем длину выборки на одно наблюдение и делаем прогноз для 1–2 временных тактов вперед. Действуя таким образом, в целом мы будем иметь 22 точечных прогнозов для 1-го временного такта вперед, 21 точечных прогноза для 2-х временных тактов вперед и т.д. Самым меньшим количеством (19 точечных прогнозов) будут прогнозы для 4-х временных тактов вперед.

Кроме рекурсивной схемы регрессионного эксперимента существует, также скользящая схема регрессии (Schumacher 2007). Однако в данной работе мы предпочтению отдали применению рекурсивной регрессии, поскольку ее преимущество состоит в том, что размер выборки постоянно увеличивается, и мы можем оценивать модель по максимально возможной выборке. На наш взгляд, это очень важное преимущество, особенно тогда, когда временные ряды сравнительно короткие.

Итак, полученные по рекурсивной схеме регрессионного эксперимента точечные прогнозы мы сравниваем с фактическими величинами интересующих нас временных рядов (темп роста реального ВВП, тем инфляции, номинальная краткосрочная процентная ставка). Так, например, для 1-го временного такта берем прогнозные значения с 2009:Q3–2014:Q4 и сравниваем с фактическими величинами для этого же временного промежутка. Аналогичным образом поступаем для 2-х, 3-х и 4-х временных тактов вперед. В результате сравнений мы рассчитываем показатель среднеквадратичного отклонения, который рассчитывается по следующей формуле:

$$RMSE_{ih} = \sqrt{\frac{1}{T^* - (h - 1)} \sum_{t=1}^{T^* - (h - 1)} (\hat{y}_{i,t} - y_{i,t})^2},$$

где $RMSE_{it}$ — корень из среднеквадратичного отклонения для i -го временного ряда в момент времени t , $y_{i,t}$ — фактическое значение для i -го временного ряда в момент времени t , $\hat{y}_{i,t}$ — прогнозное значение для i -го временного ряда в момент времени t .

5 Результаты прогнозирования

Изложенная в предыдущем разделе схема регрессионного эксперимента осуществляется по следующим конкурирующим моделям векторной авторегрессии.

1. Модель векторной авторегрессии без ограничений (VAR).
2. Модель Байесовской векторной авторегрессии (BVAR).
3. Модель факторно-расширенной векторной авторегрессии, где главные компоненты рассчитываются по статическому (Stock & Watson 2002) и динамическому (во временной области) (Doz, Gianonne & Reichlin 2011, 2012) алгоритмам.

Имея в виду, что прогнозы макроэкономических показателей осуществляются с помощью моделей векторной авторегрессии, возникает необходимость решения двух проблем. Во-первых, необходимо решить вопрос о количестве лагов в моделях векторной авторегрессии, и во-вторых, необходимо решить вопрос о количестве статических и динамических главных компонент.

Выбор количества лагов в моделях векторной авторегрессии решается более экспертным путем, чем с помощью применения традиционных статистических тестов. К тому же, как показывает практика, очень часто статистические тесты, касающиеся выбора количества лагов, как правило дают противоречивые результаты, что для прикладных исследователей осложняет процесс принятия решения о количестве лагов. Учитывая, что наши временные ряды имеют квартальную динамику и что наша цель состоит в генерации квартальных прогнозов, на наш взгляд целесообразно, чтобы для оценивания моделей векторной авторегрессии

применялись временные лаги включительно до четвертого квартала. Основываясь на этом, мы отдельно оцениваем модели векторной авторегрессии для одного лага, затем для двух лагов, трех лагов и наконец для четырех лагов. Такой подход к тому же позволит проверить устойчивость полученных прогнозов для различных лаговых моделей.

Что касается выбора количества динамических и статических факторов, включаемых в модель факторно-расширенной векторной авторегрессии, то здесь количество статических факторов (или главных компонент) было выделено, основываясь на визуальном анализе графика собственных значений корреляционной матрицы исходных переменных (см. Приложение 1). Динамика собственных значений корреляционной матрицы дополнительных исходных переменных приведена на Рис. 4.

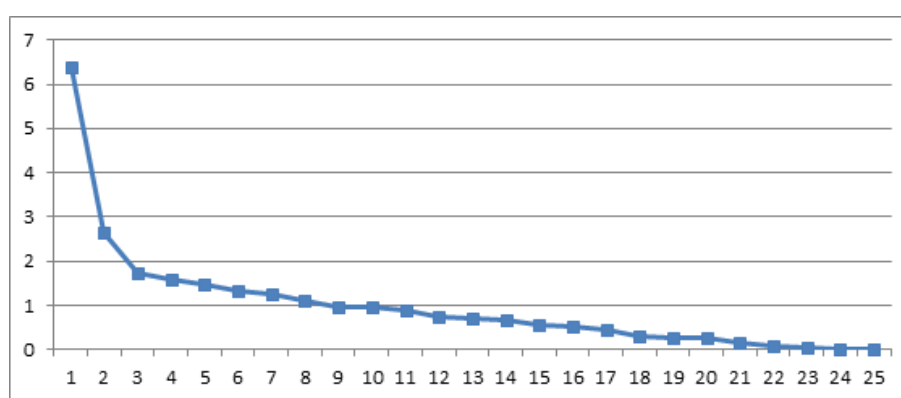


Рис. 4: Собственные значения корреляционной матрицы исходных переменных

Из приведенного графика можно заметить, что разница между двумя последовательными собственными значениями заметно ослабевает после третьего собственного значения. Следовательно, для оценивания FAVAR моделей в анализ целесообразно включить первые три фактора, которые вместе объясняют вариацию исходных временных рядов примерно на 43,1%. Что касается количества динамических факторов, то их количество в нашем случае может варьироваться от одного до трех, так как известно, что количество динамических факторов может быть меньше или равно количеству статических факторов.³ Итак, для нашего исследования мы последовательно применяли следующие комбинации динамических и статических факторов: один динамический и три статических фактора, два динамических и три статических фактора и, наконец, три динамических и три статических фактора. Такая комбинация динамических и статических факторов применялась для оценивания моделей FAVAR_Two_Step и FAVAR_QML, а для модели FAVAR_SW применялись три статических фактора. Отметим, что расчеты осуществлялись по всем возможным комбинациям статических и динамических факторов. Однако в нижеприведенных таблицах представлены результаты только по тем комбинациям статических и динамических факторов, которые обеспечивают минимальное значение средней величины *RMSE*.

В таблицах 1–3 представлены расчеты показателей *RMSE* для рекурсивной схемы регрессионного эксперимента.

³См. MATLAB файлы с сайта homepages.ulb.ac.be/~dgiannon/.

Таблица 1: *RMSE* для реального темпа роста ВВП⁴

Количество лагов	Модель прогнозирования	Горизонт прогноза				Средняя величина <i>RMSE</i>
		1	2	3	4	
1 лаг	VAR	3,27	3,19	3,21	3,14	3,20
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$) ⁵	3,76	3,28	3,32	3,28	3,41
	FAVAR_SW (3) ⁶	3,07	3,45	3,22	3,12	3,22
	FAVAR_Two_Step (1,3) ⁷	3,20	3,42	3,07	3,08	3,19
	FAVAR_QML (1,3)	3,09	3,35	3,13	3,11	3,17
2 лага	VAR	3,64	3,33	3,31	3,17	3,36
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	3,94	3,30	3,38	3,20	3,46
	FAVAR_SW (3)	3,41	3,89	3,37	3,29	3,49
	FAVAR_Two_Step (2,3)	3,64	3,84	3,15	3,28	3,48
	FAVAR_QML (2,3)	3,51	3,47	3,04	3,15	3,29
3 лага	VAR	4,23	3,38	3,65	2,80	3,51
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	4,56	3,41	3,70	2,91	3,64
	FAVAR_SW (3)	3,80	4,02	3,16	3,29	3,57
	FAVAR_Two_Step (3,3)	4,01	4,01	3,34	3,47	3,71
	FAVAR_QML (3,3)	4,33	4,53	3,40	3,18	3,86
4 лага	VAR	4,26	3,30	3,58	3,11	3,56
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	4,72	3,33	3,78	3,11	3,74
	FAVAR_SW (3)	4,59	4,56	3,85	3,70	4,17
	FAVAR_Two_Step (3,3)	4,73	4,75	3,69	3,60	4,19
	FAVAR_QML (3,3)	5,26	5,68	3,95	3,66	4,64

Из таблицы 1 можно увидеть, что для одного и двух лаговых моделей векторной авторегрессии величины *RMSE* достигают своего минимального значения в случае прогнозов по модели FAVAR_QML. Для трех- и четырехлаговых моделей векторной авторегрессии величины *RMSE* достигают своего минимума в случае прогнозирования по традиционной модели VAR без ограничений.

Из таблицы 2 можно заметить, что FAVAR_QML модель дает минимальные значения величины *RMSE* в случае двухлаговой модели. Для трех лагов минимальный прогноз получаем в случае применения стандартной модели VAR, а для одного и четырех лагов преимущество традиционной модели по сравнению с нетрадиционными моделями явно не наблюдаем.

Из таблицы 3 можно увидеть, что в основном наилучшие прогнозы получаем с помощью BVAR и FAVAR_QML моделей.

Таким образом на основе вышеизложенного анализа можно сделать вывод, что наибо-

⁴FAVAR_SW – модель FAVAR в котором главные компоненты рассчитаны по статическому алгоритму (Stock, Watson, 2002), FAVAR_Two_Step – главные компоненты рассчитаны по динамическому алгоритму фильтра Кальмана, FAVAR_QML – главные компоненты рассчитаны по динамическому алгоритму квази-максимального правдоподобия.

⁵ $w = 0, 3$ и $d = 1$, коэффициенты которые применяются для оценивания модели BVAR, первый коэффициент применяется к матрице стандартных отклонений априорных параметров модели, а второй коэффициент применяется к лаговым значениям модели. Следуя Gupta & Kabundi (2009b) для оценивания параметров Байесовской модели, последовательно применялись $w = 0, 1; 0, 2; 0, 3$, $d = 1, 2$.

⁶Приведенная в скобках цифра показывает, что для оценивания модели FAVAR применялись дополнительно три статических фактора, рассчитанных по методу главных компонент.

⁷Приведенные в скобках цифры показывают количество динамических и статических факторов. Так, например, запись FAVAR_Two_Step (1,3) следует понимать так, что для оценки модели FAVAR_Two_Step применялись один динамический и три статических фактора.

Таблица 2: *RMSE* для темпа инфляции

Количество лагов	Модель прогнозирования	Горизонт прогноза				Средняя величина <i>RMSE</i>
		1	2	3	4	
1 лаг	VAR	1,36	1,40	1,41	1,44	1,40
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	1,38	1,41	1,41	1,43	1,41
	FAVAR_SW (3)	1,41	1,41	1,40	1,43	1,41
	FAVAR_Two_Step (3,3)	1,42	1,41	1,37	1,43	1,41
	FAVAR_QML (3,3)	1,41	1,41	1,37	1,42	1,40
2 лага	VAR	1,55	1,47	1,47	1,48	1,50
	BVAR ($w = 0, 3; d = 2$)	1,57	1,48	1,48	1,49	1,51
	FAVAR_SW (3)	1,79	1,71	1,58	1,68	1,69
	FAVAR_Two_Step (3,3)	1,70	1,62	1,56	1,67	1,64
	FAVAR_QML (3,3)	1,49	1,35	1,45	1,57	1,47
3 лага	VAR	1,70	1,63	1,63	1,50	1,62
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	1,72	1,65	1,64	1,52	1,63
	FAVAR_SW (3)	1,85	1,67	1,69	1,59	1,70
	FAVAR_Two_Step (2,3)	1,77	1,68	1,81	1,68	1,73
	FAVAR_QML (2,3)	1,70	1,59	1,70	1,61	1,64
4 лага	VAR	1,47	1,46	1,56	1,41	1,48
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	1,48	1,46	1,56	1,41	1,48
	FAVAR_SW (3)	1,68	1,36	1,45	1,55	1,51
	FAVAR_Two_Step (3,3)	1,76	1,51	1,56	1,63	1,62
	FAVAR_QML (2,3)	1,82	1,57	1,55	1,84	1,69

лее предпочтительными моделями для краткосрочного прогнозирования динамики основных макроэкономических показателей в Армении являются прогнозы по моделям FAVAR и BVAR. Это обусловлено тем, что в большинстве проделанных экспериментов количество минимальных значений *RMSE*, полученных по нетрадиционным моделям BVAR и FAVAR, больше, чем количество минимальных значений, полученных по стандартной модели VAR без ограничений (из 12-ти рассмотренных сценариев только в 3-х мы наблюдаем явное преимущество традиционной модели векторной авторегрессии). Это еще раз подтверждает преобладающее в эконометрической литературе мнение, согласно которому для краткосрочного прогноза предпочтительнее применять модель BVAR или модель векторной авторегрессии с дополнительными объясняющими переменными.

6 Заключение

Прогнозирование имеет важное значение для проведения денежно-кредитной политики центрального банка. Органы денежно-кредитной политики должны знать, что может произойти с динамикой основных макроэкономических показателей, чтобы сделать соответствующие корректировки ключевых процентных ставок. В этом отношении особо актуальным становится изучение различных моделей прогнозирования и их эффективное применения для практических целей.

В данной работе рассматриваются основные модели векторной авторегрессии для краткосрочного прогнозирования макроэкономических показателей. В частности, рассматриваются модель векторной авторегрессии без ограничений, Байесовская модель векторной авторегрессии и факторно-расширенная модель векторной авторегрессии. Основной целью данного

Таблица 3: *RMSE* для номинальной процентной ставки

Количество лагов	Модель прогнозирования	Горизонт прогноза				Средняя величина <i>RMSE</i>
		1	2	3	4	
1 лаг	VAR	1,07	0,76	0,75	0,80	0,84
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	1,03	0,79	0,75	0,80	0,84
	FAVAR_SW (3)	1,59	0,87	0,70	0,79	0,99
	FAVAR_Two_Step (1,3)	1,21	0,80	0,78	0,78	0,89
	FAVAR_QML (3,3)	0,98	0,79	0,72	0,79	0,82
2 лага	VAR	1,25	0,94	0,90	0,78	0,97
	BVAR ($w = 0, 1; d = 1$)	1,01	0,89	0,66	0,69	0,81
	FAVAR_SW (3)	1,84	1,40	0,94	0,78	1,24
	FAVAR_Two_Step (1,3)	1,53	1,35	0,81	0,88	1,14
	FAVAR_QML (3,3)	1,54	1,30	1,02	0,96	1,21
3 лага	VAR	1,35	0,90	0,77	0,80	0,95
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	1,25	0,83	0,72	0,76	0,89
	FAVAR_SW (3)	1,76	1,77	1,53	1,15	1,56
	FAVAR_Two_Step (3,3)	1,58	1,88	1,55	0,99	1,50
	FAVAR_QML (3,3)	1,94	2,01	1,52	0,84	1,58
4 лага	VAR	1,77	1,40	0,75	1,12	1,26
	BVAR ($w = 0, 3; d = 1$)	1,58	1,22	0,71	1,10	1,15
	FAVAR_SW (3)	2,53	2,60	1,53	1,20	1,96
	FAVAR_Two_Step (3,3)	2,25	2,63	1,73	1,33	1,98
	FAVAR_QML (3,3)	2,30	2,41	1,41	1,27	1,85

исследования является поиск наиболее приемлемой модели для осуществления краткосрочных прогнозов в Центральном Банке Армении. Для поиска наиболее подходящей модели проводим рекурсивный регрессионный эксперимент. В результате проведения экспериментов рассчитываются значения показателя RMSE. На основе рассчитанных величин RMSE мы делаем вывод, что для краткосрочного прогнозирования целесообразнее применять нетрадиционные схемы векторной авторегрессии, в частности модели BVAR и FAVAR. Такой выбор объясняется тем, что в большинстве регрессионных экспериментов (58% от общего количества случаев) нетрадиционные модели обеспечивают более точные прогнозы, чем прогнозы по стандартной модели VAR. Таким образом, практические расчеты на основе фактических макроэкономических временных рядов Армении дополнительный раз подтверждают то преобладающее мнение, согласно которому нетрадиционные модели более приемлемы для краткосрочного прогноза, чем традиционная модель в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки прогноза.

Список литературы

- Микушева, А. (2014). Оценивание динамических стохастических моделей общего равновесия. *Квантиль* 12, 1–21.
- Цыплаков, А. (2011). Введение в моделирование в пространстве состояний. *Квантиль* 9, 1–24.
- Barhoumi, K., Darne, O. & L. Ferrara (2009). Are disaggregated data useful for factor analysis in forecasting French GDP? Documents de Travail 232, Banque de France.
- Bernanke, B., J. Boivin & P. Elias (2005). Measuring the effects of monetary policy: A factor-augmented vector autoregressive (FAVAR) approach. *Quarterly Journal of Economics* 120, 387–422.

- Canova, F. (2007). *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Princeton University Press.
- Doz, C., Gianonne D. & L. Reichlin (2011). A two-step estimator for large approximate dynamic factor models based on Kalman filtering. *Journal of Econometrics* 164, 188–205.
- Doz, C., Gianonne D. & L. Reichlin (2012). A quasi-maximum likelihood approach for large approximate dynamic factor models. *Review of Economics and Statistics* 94, 1014–1024.
- Forni, M., Hallin, M., Lippi, M. & L. Reichlin (2005). The generalized dynamic factor Model: one-sided estimation and forecasting. *Journal of American Statistical Association* 100, 830–840.
- Gupta, R. & A. Kabundi (2009a). A large factor model for forecasting macroeconomic variables in South Africa. Working Paper 137, University of Cape Town.
- Gupta, R. & A. Kabundi (2009b). Forecasting macroeconomic variables using large scale datasets: Dynamic factor model versus large-scale BVAR's. Working Paper 143, University of Cape Town.
- Hamilton, J. (1994). *Time series analysis*. Princeton University Press.
- Litterman, R. (1981). A Bayesian procedure for forecasting with vector autoregressions. Working Paper, Federal Bank of Minneapolis.
- Schumacher, C. (2007). Forecasting German GDP using alternative factor models based on large datasets. *Journal of Forecasting* 26, 271–302.
- Stock, J. & M. Watson (2002). Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business & Economic Statistics* 20, 147–162.

Alternative models for forecasting the key macroeconomic variables in Armenia

Karen Poghosyan

Central Bank of Armenia, Yerevan, Armenia

We evaluate the forecasting performance of three competing models for short-term macroeconomic forecasting: the traditional unrestricted VAR, Bayesian VAR, and Factor Augmented VAR. Using quarterly Armenian macroeconomic variables from 1996 to 2014, we estimate parameters of the three models. Based on the out-of-sample root mean squared error criterion we conclude on the most relevant model.

Keywords: vector autoregression, principal components, Bayesian estimation, macroeconomic indicators, Armenia

JEL Classification: C11, C13, C52, C53

